TUGAS AKHIR – SM141501

ANALISA MODEL PERSEDIAAN *DETERIORATING ITEMS* DENGAN SISTEM PENUNDAAN PEMBAYARAN DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG

NINA SUGIARTI
NRP 1212 100 004

Dosen Pembimbing
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT
Dra. Sri Suprapti H., M.Si

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2017

TUGAS AKHIR – SM141501

ANALISA MODEL PERSEDIAAN *DETERIORATING ITEMS* DENGAN SISTEM PENUNDAAN PEMBAYARAN DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG

NINA SUGIARTI
NRP 1212 100 004

Dosen Pembimbing
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT
Dra. Sri Suprapti H., M.Si

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2017

FINAL PROJECT – SM141501

ANALYSIS OF INVENTORY MODEL FOR DETERIORATING ITEMS WITH DELAY IN PAYMENT SYSTEMS AND WAREHOUSE CAPACITY CONTRAINTS

NINA SUGIARTI
NRP 1212 100 004

Supervisors
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT
Dra. Sri Suprapti H., M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya
2017

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISA MODEL PERSEDIAAN *DETERIORATING ITEMS* DENGAN SISTEM PENUNDAAN PEMBAYARAN DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG

ANALYSIS OF INVENTORY MODEL FOR DETERIORATING ITEMS WITH DELAY IN PAYMENT SYSTEMS AND WAREHOUSE CAPACITY CONTRAINTS

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
NINA SUGIARTI
NRP. 1212100004

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,	Dosen Pembimbing I,
Dra. Sri Suprapti H., M.Si	Valeriana Lukitosari, S.Si, MT
NIP. 19540222 198403 2 001	NIP. 19710928 199802 2 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Januari 2017

ANALISA MODEL PERSEDIAAN *DETERIORATING ITEMS* DENGAN SISTEM PENUNDAAN PEMBAYARAN DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG

Nama Mahasiswa	**: Nina Sugiarti**
NRP	**: 1212 100 004**
Jurusan	**: Matematika**
Dosen Pembimbing	**: 1. Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**
	2. Dra. Sri Suprapti H., M.Si

Abstrak

Persediaan dapat di artikan sebagai suatu barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang. Economic Order Quantity (EOQ) merupakan model matematika untuk menyelesaikan masalah persediaan. Dalam Tugas akhir ini dibahas analisa model persediaan untuk barang-barang yang mengalami deteriorating items pada dua gudang dengan laju permintaan berfungsi tergantung tingkat persediaan, serta dengan diperbolehkan penundaan dalam pembayaran. Tingkat deteriorating item dalam penyimpanan persediaan diasumsikan bersifat konstan. Terdapat 3 kasus penundaan pembayaran yang diambil, yaitu Kasus 1: Periode penundaan pembayaran lebih kecil dari pada saat persediaan gudang sewa habis, Kasus 2: Periode penundaan pembayaran melebihi saat persediaan gudang sewa habis dan lebih kecil dari pada saat persediaan gudang milik sendiri habis dan Kasus 3: Periode penundaaan pembayaran melebihi saat persediaan kedua gudang habis.

Tujuan dari model yang dibahas adalah untuk menentukan waktu pengisian kembali persediaan dengan memaksimumkan Present Value of the Profit. Penentuan waktu pengisian kembali *persediaan yang optimum diselesaikan dengan metode Newton Raphson. Simulasi numerik digunakan untuk memberi gambaran tentang model EOQ yang dibahas. Dilakukan analisa sensitivitas dari solusi optimum untuk perubahan variabel terhadap waktu pengisian kembali persediaan dan Present Value of the Profit. Didapatkan hasil semakin besar Present Value of the Profit jika salah satu variabel* $t_m, p, \gamma(t)$ *dan* a *semakin besar atau* $c_o, c_p, c_{h1}, c_{h2}, c_s, c_l$ *dan* r *semakin kecil. Sedangkan semakin besar waktu pengisian kembali jika salah satu variabel* c_o *dan* $\gamma(t)$ *semakin besar atau* t_m $p, a, c_p, c_{h1}, c_{h2}, c_s, c_l$ *dan* r *semakin menurun.*

Kata kunci*: laju permintaan, deteriorating items, dua gudang, penundaan pembayaran, persediaan, present value of the profit*

ANALYSIS OF INVENTORY MODEL FOR DETERIORATING ITEMS WITH DELAY IN PAYMENT SYSTEM AND WAREHOUSE CAPACITY CONSTRAINTS

Name : Nina Sugiarti
NRP : 1212 100 004
Department : Mathematics
Supervisors : 1. Valeriana Lukitosari, S.Si, MT
2. Dra. Sri Suprapti H., M.Si

Abstract

Inventories can be interpreted as an item that is stored for later use or sold in the past or future periods. Economic Order Quantity (EOQ) is a mathematical model to solve inventory problems. In this final project discussed the analysis of inventory model for items that experienced deteriorating items in two warehouses with demand rate function dependent on stock levels, as well as the delay in payments allowed. The deteriorating items rate assumed to be constant. In this final project there are three cases, case 1: the permissible delay period is less than to inventory level in rented warehouse comes down to zero, case 2: the permissible delay period is greater than inventory level in rented warehouse comes down to zero and less than to inventory level in owned warehouse comes down to zero and case 3: the permissible delay period is greater than inventory level in two warehouse comes down to zero.

The purpose of the model discussed is to find the optimal replenishment policies and maximizes the net present value of the profit. The timing of the optimal replenishment policies solved by Newton Raphson method. Numerical simulations are used to give *an idea of the EOQ model are discussed. Performed a sensitivity analysis on the optimum solution for variable changes over optimal replenishment policies and Present Value of the Profit. Is obtained the greater the present value of the profit if one variable* $t_m, p, \gamma(t)$ *and* a *greater or* $c_o, c_p, c_{h1}, c_{h2}, c_s, c_l$ *and* r *getting smaller. While the greater the optimal replenishment policies if one of the variables* c_o *and* $\gamma(t)$ *greater or* $t_m, p, a, c_p, c_{h1}, c_{h2}, c_s, c_l$ *and* r *decreases.*

Keywords *: demand rate, deteriorating items, two warehouse, delay in payment, inventory, present value of the profit*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahhirobbil'aalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"ANALISA MODEL PERSEDIAAN *DETERIORATING ITEMS* DENGAN SISTEM PENUNDAAN PEMBAYARAN DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG"

yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA ITS
2. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati , MS. selaku Dosen Wali yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
3. Ibu Valeriana Lukitosari, S.Si, MT dan Ibu Dra. Sri Suprapti H., M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
4. Bapak Drs. Suhud Wahyudi, M.Si, Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si, dan Bapak Drs. Suharmadi Sanjaya Dipl, Sc, M.Phil selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran demi perbaikan Tugas Akhir.

5. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si sebagai Kaprodi S1 Jurusan Matematika FMIPA ITS.
6. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku Sekprodi S1 Jurusan Matematika FMIPA ITS.
7. Seluruh jajaran dosen dan staf jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Surabaya, Januari 2017

Penulis

Special thanks to:

Allah SWT

untuk segalanya yang telah diberikan kepada hamba-Nya

- Fams, kedua orang tua, Bapak Suyitno (alm) and Ibu Baini tercinta serta Kakak Mas Ali yang senantiasa dengan ikhlas memberikan kasih sayang, do'a, support, dan nasehat-nasehat yang sungguh berarti bagi penulis. Adik Anik and Aziz :*.
- Miss Perfect Gadis, Si Bohay Rina dan my special partner Agung yang senantiasa menemani dalam susah maupun senang, Always miss you friend. ☺
- Master Mathlab Mas "D" yang sudah banyak meluangkan waktu sibuknya untuk membantu penulis mengcoding.
- Beatingers ++, Elisa, Rere, Maya, Nur, Mia, Mbak tut, thanks for everything, guys.. ☺
- Isyi, Gista, Ainun, Ela, Sega, Hakam, Fedric, dan teman-teman Angkatan Matematika'12 terima kasih atas do'a, semangat, serta bantuannya. Sukses buat kita semua. Aamiin ☺
- Seluruh Keluarga besar HIMATIKA ITS terimakasih atas dukungan dan semangat yang diberikan kepada penulis
- Temen-temen sekos (Seli, Nia, Dek Eno dan Dek Nora,) yang selalu support dan menghibur dikala jenuh ngerjakan TA

Tentu saja masih banyak pihak lain yang turut andil dalam penyelesaian Tugas Akhir ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu. Semoga Allah membalas dengan balasan yang lebih baik bagi semua pihak yang telah membantu penulis. *Aamiin ya rabbal 'alamin.*

“ Halaman ini sengaja dikosongkan “

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

DAFTAR TABEL

Halaman

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

DAFTAR SIMBOL

T	Panjang waktu pengisian kembali persediaan atau waktu ketika tingkat persediaan di kedua gudang mencapai nol
t_r	Waktu ketika tingkat persediaan di RW mencapai nol atau habis
t_s	Waktu ketika tingkat tingkat kekurangan mencapai titik terendah dalam siklus pengisian kembali.
$\gamma(t)$	Nilai *backlogging,* $\gamma(t) = e^{-\sigma t}$ dimana $\sigma \geq 0$
$S(t)$	Tingkat *backlogging* terhadap waktu t
$I_1(t)$	Tingkat persediaan di OW terhadap waktu t
$I_2(t)$	Tingkat persediaan di RW terhadap waktu t
$D(t)$	Tingkat permintaan terhadap waktu t
α	Nilai tingkat *deteriorating items* di OW, $0 < \alpha < 1$
β	Nilai tingkat *deteriorating items* di RW, $0 < \beta < 1$
r	Nilai tingkat inflasi
c_p	Biaya pembelian per unit
c_o	Biaya pemesanan persediaan setiap kali pesan
p	Harga jual per unit.
c_{h1}	Biaya penyimpanan per unit di OW
c_{h2}	Biaya penyimpanan per unit di RW
c_s	Biaya *backlogging* per unit, bila kekurangan adalah *backlogged*
c_l	Biaya *opportunity* per unit, jika kekurangan adalah kehilangan penjualan
t_m	Jangka waktu penundaan pembayaran
l_p	Bunga pembelian
l_e	Bunga pendapatan

“ Halaman ini sengaja dikosongkan “

BAB I
PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan tentang gambaran umum dalam penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian yang diharapkan dapat tercapai, serta sistematika penulisan.

1.1 Latar Belakang

Persediaan (*inventory*) merupakan salah satu permasalahan yang kerap kali dihadapi para pengambil keputusan dalam setiap perusahaan baik yang bergerak dibidang industri, perdagangan, maupun jasa. Persediaan dapat diartikan sebagai barang-barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang [1]. Selama periode penyimpanan, *deteriorating item* merupakan salah satu fenomena nyata yang pasti akan terjadi. *Deteriorating item* merupakan barang yang mengalami kerusakan, pembusukan, penguapan atau barang yang berkurang kegunaannya [2]. Contoh barang dalam kategori yang dimaksud adalah obat-obatan, buah-buahan, sayuran, darah, bahan *fashion*, bahan radioaktif, dan lain-lain [2]. Barang yang mengalami *deteriorating items* akan berakibat tidak layak untuk dijual, sehingga mengakibatkan kerugikan bagi perusahaan.

Salah satu permasalahan yang penting dalam persediaan adalah mengenai waktu pengisian kembali barang persediaan tersebut. Kesalahan memperhitungkan dalam hal ini dapat mengakibatkan persediaan yang berlebihan atau kekurangan persediaan, dimana kedua kondisi ini juga dapat merugikan pihak perusahaan. Pada umumnya metode *Economic Order Quantity* atau EOQ yang digunakan untuk memaksimumkan *profit* (keuntungan) dalam melancaran kegiatan perusahaan.

Dalam beberapa tahun terakhir, banyak yang telah mengkaji tentang model persediaan. Penelitian tentang persediaan di awali oleh Goyal (1985) yang menerbitkan jurnal tentang model EOQ dengan sistem penundaan pembayaran [3]. Kemudian dari Tugas Akhir sebelumnya yaitu Febriana Wulansari (2013) mengkaji tentang model persediaan untuk *deteriorating items* dengan tingkat permintaan kuadratik [2]. Elsa Suryaningtyas (2013) mengalisa tentang sistem persediaan dengan penundaan pembayaran dan tingkat permintaan eksponensial [4]. Penelitian selanjutnya yaitu Lee dan Dye (2012) menertibkan jurnal tentang model persediaan untuk *deteriorating item* dengan tingkat permintaan bergantung tingkat persediaan dan kontrol *deteriorating* [5].

Model EOQ didasarkan pada asumsi kapasitas ruang adalah tidak terbatas. Namun pada kenyataannya, setiap gudang penyimpanan pasti mempunyai keterbatasan kapasitas [6,7]. Pada saat *supplier* menawarkan sistem penundaan pembayaran memungkinkan menarik keinginan *retailer* untuk membeli barang lebih agar setiap permintaan konsumen dapat terpenuhi dan meningkatkan penjualan. Pada umumnya *retailer* mempunyai ruang penyimpanan tunggal dan milik sendiri (*own warehouse,* OW) dengan kapasitas yang pasti terbatas, sehingga dibutuhkan ruang penyimpanan lain atau sewa (*rented warehouse,* RW) untuk menyimpan jumlah kelebihan dari kapasitas di OW. Namun biaya penyimpanan di RW lebih tinggi daripada di OW sehingga perusahaan harus mempertimbangkan keputusan tersebut karena berpengaruh dengan *profit* (keuntungan) yang diperoleh.

Berdasarkan latar belakang tersebut, Tugas Akhir ini membahas tentang analisis model persediaan *deteriorating items* dengan sistem penundaan pembayaran yang dipengaruhi oleh inflasi serta adanya kendala kapasitas gudang untuk mencapai waktu pengisian kembali yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit* (PVP) dari jurnal *A Two-Warehouse Partial Backlogging Inventory Model For Deteriorating Items With Permissible Delay In Payment Under Inflation* [7]. Metode numerik *Newton-Raphson* akan digunakan untuk menentukan waktu pengisian kembali yang optimal.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dijelaskan, maka rumusan masalah dalam Tugas Akhir ini adalah bagaimana model persediaan barang yang mengalami *deteriorating items* pada dua gudang dengan sistem penundaan pembayaran untuk mencapai waktu pengisian kembali yang optimal menggunakan metode *Newton-Raphson* dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit* (PVP).

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Sistem persediaan yang dikaji untuk satu jenis barang
2. Tingkat *replenishment* tak berhingga *(infinite)*.
3. Laju perubahan *deteriorating items* konstan.
4. Tingkat permintaan bergantung tingkat persediaan terhadap waktu
5. Kekurangan barang (*stockout*) diperbolehkan.

1.4 Tujuan

Tujuan dalam pembuatan Tugas Akhir ini menganalisa model persediaan barang yang mengalami *deteriorating items* pada dua gudang dengan sistem penundaan pembayaran untuk mencapai waktu pengisian kembali yang optimal menggunakan metode *Newton-Raphson* dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit* (PVP).

1.5 Manfaat

Manfaat yang dapat diperoleh dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan informasi tentang model persediaan barang untuk *deteriorating items* dengan sistem penundaan pembayaran yang dipengaruhi inflasi dan kendala keterbatasan kapasitas gudang untuk mendapatkan waktu pengisian kembali yang optimal sehingga diperoleh *Present Value of the Profit* (PVP) yang maksimum.
2. Sebagai penerapan ilmu dari mata kuliah yang telah diperoleh..

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penyusunan Tugas Akhir ini akan digunakan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB 1 PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang latar belakang permasalahan dilakukannya penelitian, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat, serta sistematika penulisan Tugas Akhir.

Bab II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi tentang pemaparan dasar teori yang digunakan oleh punulis dalam pengerjaan Tugas Akhir ini diantaranya pengertian persediaan *(inventory)*, faktor yang mempengaruhi persediaan, biaya yang berkaitan dengan persediaan, model *Economic Order Quantity,* model fungsi permintaan dan model tingkat persediaan, metode *Newton-Raphson* untuk menentukan waktu pengisian kembali yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit (PVP)*.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisi tentang uraian mengenai tahapan pembentukan untuk model persediaan *deteriorating items* pada dua gudang dengan sistem penundaan pembayaran untuk mencapai waktu pengisian kembali yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit (PVP)*.

Bab IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang analisa model tingkat permintaan dengan fungsi bergantung dengan tingkat persediaan terhadap waktu, analisa tingkat persediaan dan biaya-biaya yang mempengaruhi *Present Value of the Profit (PVP)* untuk mencapai waktu pengisian kembali yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit (PVP)*.

Bab V PENUTUP

Pada bab ini berisi kesimpulan akhir dan saran tentang analisa model persediaan *deteriorating item* dengan sistem penundaan pembayaran dan adanya kendala kapasitas gudang untuk mencapai waktu pengisian kembali yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit (PVP)*.

"Halaman sengaja dikosongkan"

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menjelaskan tentang teori-teori dasar yang digunakan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini, diantaranya adalah pengertian persediaan, factor yang mempengaruhi persediaan, biaya persediaan, model *Economic Order Quantity*, model fungsi permintaan, model tingkat persediaan barang, persamaan diferensial, dan metode *Newton-Raphson*.

2.1 Pengertian Persediaan

Persediaan (*inventory)* dapat diartikan sebagai barang-barang atau sumber daya organisasi dalam antisipasinya terhadap pemenuhan permintaan. Persediaan akan digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang. Jenis persediaan meliputi bahan baku, komponen atau suku cadang, dan barang jadi. Persediaan bahan baku berupa bahan mentah yang diperoleh dari sumber-sumber alam atau dibeli dari para *supplier* dan atau dibuat sendiri oleh perusahaan untuk digunakan dalam produksi selanjutnya. Persediaan komponen atau suku cadang diperoleh perusahaan lain yang dapat dirakit menjadi suatu produk, sedangkan persediaan barang jadi atau barang dagangan disimpan sebelum dijual atau dipasarkan. Dengan demikian setiap perusahan yang melakukan usaha umumnya memiliki persediaan.

Pengendalian pengadaan persediaan perlu diperhatikan karena berkaitan langsung dengan biaya yang harus ditanggung perusahaan sebagai akibat adanya persediaan. Persediaan yang ada harus seimbang dengan kebutuhan, karena persediaan yang terlalu banyak akan mengakibatkan perusahaan menanggung risiko kerusakan dan biaya penyimpanan yang tinggi disamping biaya investasi yang besar. Oleh sebab itu diperlukan sistem pengendalian persediaan barang yang harus diadakan untuk menjamin kelancaran dalam kegiatan pelayanan purna jual. Pengendalian persediaan yang dijalankan untuk menjaga tingkat persediaan pada tingkat yang optimal sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimal. Hal inilah perlu dilakukan perhitungan persediaan yang dapat menunjukkan tingkat persediaan yang sesuai dengan kebutuhan dan menjaga kontinuitas produksi dengan pengeluaran biaya yang ekonomis.

Beberapa fungsi dari persediaan adalah sebagai berikut [1]:

1. Untuk dapat memenuhi kebutuhan atau permintaan konsumen dengan cepat (memuaskan konsumen).
2. Untuk menjaga kontinuitas produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kehabisan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi.
3. Untuk mempertahankan dan meningkatkan penjualan dan laba perusahaan.
4. Menjaga agar pembelian secara kecil-kecilan dapat dihindari, karena dapat mengakibatkan biaya pesan menjadi besar.
5. Menjaga supaya penyimpanan dalam gudang tidak besar-besaran karena akan mengakibatkan biaya penyimpanan menjadi besar.

2.2 Faktor yang mempengaruhi persediaan

Faktor-faktor yang mempengaruhi persediaan adalah sebagai berikut [8]:

1. **Permintaan**

   Permintaan merupakan unit yang diambil dari persediaan. Permintaan dapat dikategorikan berdasarkan ukuran, laju permintaan dan polanya. Permintaan berdasarkan ukurannya mengacu pada dimensi kuantitas dari permintaan itu sendiri. Jika kuantitas permintaan selalu sama dari periode ke periode, maka dikatakan konstan, namun jika selalu berubah-ubah, maka dikatakan variabel. Permintaan berdasarkan lajunya sama halnya dengan kategori permintaan menurut ukurannya, terbagi menjadi permintaan yang konstan dan berupa variabel. Sedangkan permintaan berdasarkan polanya mengacu pada bagaimana suatu unit dikeluarkan dari persediaan, yaitu apakah pada awal periode, di akhir periode atau secara musiman.

2. ***Replenishment***

   Replenishment merupakan unit yang akan diletakkan dalam persediaan, dapat dikategorikan berdasarkan ukuran, pola dan waktu tunggu (*lead time*). *Replenishment* berdasarkan ukurannya mengacu pada kuantitas pemesanan yang akan dimasukkan dalam persediaan. Ukuran ini dapat berupa variabel atau konstan, tergantung dari sistem persediaan. Ketika terjadi *Replenishment* maka akan langsung diletakkan dalam persediaan dan akan menjadi asset dalam sistem sampai didistribusikan ke *customer*. *Replenishment* berdasarkan polanya mengacu pada bagaimana suatu unit ditambahkan dalam sistem persediaan. *Replenishment* berdasarkan *lead time* mengacu pada panjang waktu antara keputusan untuk meletakkan item dalam persediaan dan waktu yang tepat untuk dilakukannya penambahan persediaan.

3. **Kendala**

   Kendala merupakan batasan dalam persediaan. Dapat berupa batasan ruang, modal, waktu penyusutan barang, batasan fasilitas dan perlengkapan.

2.3 Biaya Persediaan

Secara umum dapat dikatakan bahwa biaya sistem persediaan adalah semua pengeluaran dan kerugian yang timbul sebagai akibat adanya persediaan. Biaya dalam sistem pengendalian persediaan ini meliputi [8]:

1. Biaya pembelian (*Purchase Cost)*

   Biaya pembelian adalah harga per unit apabila *item* dibeli dari pihak luar, atau biaya produksi per unit apabila di produksi dalam perusahaan. Penetapan biaya pembelian ini tergantung dari pihak penjual barang atau bahan sehingga pihak pembeli hanya bisa mengikuti fluktuasi harga barang yang ditetapkan oleh penjual.

2. Biaya pemesanan *(Ordering Cost)*

   Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan pemesanan barang ke *supplier*. Besar kecilnya biaya pemesanan tergantung dari kuantitas pemesanan. Untuk memesan barang kepada *supplier* biaya yang diperlukan pada saat pemesanan dan mendatangkan barang, semua biaya yang timbul akan ditanggung oleh perusahaan pemesan. Contoh dari biaya pemesanan sebagai berikut:

   - Biaya persiapan pemesanan yang meliputi biaya telepon (komunikasi) untuk menghubungi *supplier* dan biaya surat-menyurat.
   - Biaya penerimaan barang, seperti biaya pembongkaran, biaya pemasukan ke gudang, biaya laporan penerimaan barang, dan biaya pengecekan barang.
   - Biaya pengiriman persediaan ke gudang.
   - Biaya-biaya dalam proses pembayaran, seperti biaya pembuatan cek, pengiriman cek atau transfer ke rekening bank *supplier*, dan lain sebagainya.

   Biaya pemesanan tidak naik apabila kuantitas pemesanan sekali pesan bertambah besar, sehingga apabila semakin banyak *item* yang dipesan maka biaya pesan per unit akan turun.

3. Biaya penyimpanan (*Holding Cost*)
   Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan dalam penyediaan dan pemeliharaan maupun investasi sarana fisik untuk menyimpan persediaan. Biaya ini timbul apabila terdapat sejumlah persediaan yang tidak digunakan serta harus disimpan. Biaya ini meliputi biaya modal, biaya gudang, biaya asuransi, pajak, biaya penyusutan dan kerusakan produk. Bila gudang dan peralatannya disewa maka biaya gudangnya merupakan biaya sewa sedangkan bila perusahaan mempunyai gudang sendiri maka biaya gudang merupakan biaya depresiasi
4. Biaya kekurangan persediaan

Biaya kekurangan ini timbul sebagai akibat konsekuensi ekonomi dari kekurangan internal dan eksternal. Kekurangan eksternal terjadi jika pemesanan *customer* tidak terpenuhi, Kekurangan eksternal ini dapat mengakibatkan *backorder cost* dan hilangnya keuntungan sekarang. Sedangkan kekurangan internal terjadi jika pemesanan dari suatu bagian produksi dalam suatu perusahaan sendiri tidak terpenuhi. Kekurangan internal mengakibatkan produksi hilang (*idle resource*), hal ini dikarenakan tidak tersedianya produk untuk diletakkan dalam proses selanjutnya.

2.4 Model *Economic Order Quantity*

Model EOQ adalah suatu model yang digunakan untuk mengetahui waktu pengisian kembali yang optimal dengan memaksimalkan *profit* (keuntungan) yang maksimum. Secara umum model ini diasumsikan sebagai berikut [8]:

1. Laju permintaan konstan pada setiap periode (dalam 1 tahun).
2. Pengambilan barang dari persediaan kontinu dari waktu ke waktu.

3. *Lead time*, lama waktu antara surat *order* dikirim sampai barang masuk gudang persediaan dan dipakai dianggap tetap.

Satuan barang diambil dari persediaan dengan laju konstan sehingga *stock* berkurang secara konstan tiap waktu. Bila persediaan mencapai *reorder point*, pemesanan dilakukan. Setelah melewati periode *lead time* yang tertentu dan tetap, barang yang di*order* sebesar Q datang dan masuk ke gudang persediaan, siap untuk dipakai.

Profit yang diperoleh pertahunnya adalah sebagai berikut [7]:

$$Profit = Revenue - (Purchase\ Cost + Order\ Cost + Holding\ Cost + Shortage\ Cost)$$

2.5 Model Fungsi Permintaan

Tingkat permintaan yang akan dikaji dalam Tugas Akhir ini adalah berfungsi yang bergantung pada tingkat persediaan terhadap *t* waktu, dasar dari fungsinya sebagai berikut [5]:

$$D(t) = \begin{cases} a + bI(t) & , I(t) \geq 0 \\ a & , I(t) < 0 \end{cases}$$

Dengan a, *b* adalah konstanta dengan interval $a > 0$ dan $0 < b < 1$ dan $I(t)$ adalah tingkat persediaan terhadap waktu t. Suatu tingkat persediaan, $I(t) < 0$ terjadi ketika jumlah permintaan pasar lebih besar dari jumlah persediaan yang tersedia.

2.6 Model Tingkat Persediaan Barang

Masalah persediaan yang disajikan dalam Tugas Akhir ini merupakan masalah persediaan untuk barang yang mengalami *deteriorating items* dalam jangka waktu tertentu *(non instantaneous)* dan terdapat kendala keterbatasan kapasitas gudang sehingga tersedia 2 gudang yaitu gudang milik sendiri (OW) dan gudang sewa (RW).

Tingkat persediaan selama interval waktu $[0, t_s]$ mengalami kekurangan yaitu jumlah permintaan pasar lebih besar dari jumlah persediaan dan tingkat *backlogging* (permintaan yang belum terpenuhi) di asumsikan dengan $S(t)$ mengalami penurunan waktu tunggu sampai adanya pengisian berikutnya, yang dapat diformulasikan dalam persamaan diferensial berikut [7]:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \gamma(t_s - t)D(t)\ ,0 \le t \le t_s \qquad \text{... (2.1)}$$

Tingkat persediaan selama interval waktu $[t_s, t_r]$ terdapat persediaan di RW dan OW, dimana tingkat persediaan di RW diasumsikan dengan $I_2(t)$ yang secara bertahap akan mengalami penurunan karena adanya permintaan dan *deteriorating items* sedangkan tingkat persediaan di OW diasumsikan dengan $I_1(t)$ yang mengalami penurunan karena adanya *deteriorating items* saja. Tingkat persediaan pada selang waktu ini dapat diformulasikan dalam persamaan diferensial berikut [7]:

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = -D(t) - \beta I_2(t),\ t_s \le t \le t_r \qquad \text{... (2.2)}$$

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = -\alpha I_1(t),\ t_s \le t \le t_r \qquad \text{... (2.3)}$$

Tingkat persediaan selama interval waktu $[t_r, T]$ terdapat persediaan di OW yang secara bertahap akan mengalami penurunan karena adanya permintaan dan *deteriorating items* dan diformulasikan dalam persamaan diferensial berikut [7]:

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = -D(t) - \alpha I_1(t),\ \ t_r \le t \le T \qquad \text{... (2.4)}$$

Pada permasalahan dalam Tugas Akhir ini terdapat biaya-biaya yang dibutuhkan untuk menghitung *Present Value of the Profit* (PVP). Biaya-biaya tersebut sebagai berikut [7]:

1. *Ordering cost* (biaya pemesanan) pada saat waktu $t = t_s$, dengan *Present Value of the ordering cost* yang diasumsikan dengan O_C adalah sebagai berikut :

$$O_C = c_o e^{-rt_s} \qquad \text{... (2.5)}$$

2. *Holding cost* (biaya penyimpanan) pada interval $[t_s, t_r]$ dimana masih terdapat barang dalam gudang RW dan pada interval $[t_s, T]$ dalam gudang OW, dengan *Present Value of the holdng cost* di RW dan di OW diasumsikan dengan H_{C2} dan H_{C1} adalah sebagai berikut :

$$H_{C2} = c_{h2} \int_{t_s}^{t_r} e^{-rt} I_2(t)\, dt \qquad \text{... (2.6)}$$

$$H_{C1} = c_{h1} \int_{t_s}^{T} e^{-rt} I_1(t)\, dt \qquad \text{... (2.7)}$$

3. *Shortage cost* (biaya kekurangan) pada interval $[0, t_s]$ terdiri dari biaya *backlogging* dan biaya *opportunity* (kesempatan) karena kehilangan penjualan, *Present Value* dari biaya *backlogging* dan biaya *opportunity* diasumsikan dengan S_C dan L_C adalah sebagai berikut:

$$S_C = c_s \int_0^{t_s} e^{-rt} S(t)\, dt \qquad \text{... (2.8)}$$

$$L_C = c_l \int_0^{t_s} e^{-rt} [1 - \gamma(t_s - t)] D(t)\, dt \qquad \text{... (2.9)}$$

4. *Purchasing cost* (biaya pembelian) pada saat waktu $t = t_s$, dengan *Present Value of the purchasing cost* yang diasumsikan dengan P_C adalah sebagai berikut :

$$P_C = c_p e^{-rt_s}[I_2(t_s) + W + S(t_s)] \qquad \text{... (2.10)}$$

Sedangkan *Present Value of the revenue* (pendapatan) yang diperoleh sebagai berikut :

$$R = p\left[\int_{t_s}^{T} e^{-rt} D(t)\, dt + e^{-rt_s} S(t_s)\right] \qquad \text{... (2.11)}$$

Pada analisa Tugas Akhir ini terdapat 3 kasus sebagai berikut :

Kasus1. $(t_s + t_m < t_r)$

Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo sebelum persediaan di RW habis sehingga mengakibatkan *retailer* tidak dapat membayar sebelum atau tepat waktu jatuh tempo. Keterlambatan pembayaran ini maka *retailer* akan dikenakan bunga untuk sisa pembayaran oleh *supplier* sebesar P_1 dengan laju bunga tahunan I_p. Di sisi lain *retailer* mulai menjual dan mengisi kekurangan pada waktu t_s, akibatnya *retailer* mendapatkan bunga dari penjualan mulai dari waktu t_s sampai waktu $t_s + t_m$ sebesar E_1 dengan laju bunga tahunan I_e.

Kasus 2. $(t_r \leq t_s + t_m < T)$

Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo sebelum persediaan di OW habis sehingga *retailer* akan dikenakan bunga untuk sisa pembayaran oleh *supplier* sebesar P_2 dengan laju bunga tahunan I_p dan mendapatkan bunga dari penjualan mulai dari waktu t_s sampai waktu $t_s + t_m$ sebesar E_2 dengan laju bunga tahunan I_e.

Kasus 3. ($T \leq t_s + t_m$)

Pada kasus ini *retailer* menerima pendapatan hasil penjualan dari total persediaan pada waktu T , dan mampu membayar biaya total pembeliaan pada waktu sebelum atau tepat jangka penundaan berakhir sehingga tidak ada bunga yang di bebankan ($P_3 = 0$) dan bunga hasil penjualan yang didapatkan dari waktu t_s sampai waktu T adalah sebesar E_3 dengan laju bunga tahunan I_e

Untuk menghitung *Present Value of the Profit* atau nilai sekarang dari keuntungan dalam ketiga kasus ini diperoleh dari pengurangan dari total pendapatan dan biaya pemesanan, biaya penyimpanan persediaan, biaya kekurangan persediaan, biaya pembelian, dan bunga pembelian persediaan serta dijumlah dengan bunga dari penjualan. Karena keuntungan dan semua biaya berpengaruh dalam model tingkat persediaan per unit waktu maka dibagi dengan panjang waktu pengisian persediaan. Sehingga *Present Value of the Profit* (PVP) per unit waktu dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut [7]:

$$PVP(t_s, t_r, T) = \begin{cases} PVP_1(t_s, t_r, T) & , t_s + t_m < t_r \\ PVP_2(t_s, t_r, T), & t_r \leq t_s + t_m < T \\ PVP_3(t_s, t_r, T), & T \leq t_s + t_m \end{cases} \quad \dots (2.12)$$

dengan,

$$PVP_i(t_s, t_r, T) = \frac{[R - (O_C + H_{C2} + H_{C1} + S_C + L_C + P_C + P_i - E_i)]}{T},$$

$i = 1,2,3.$

Sementara itu, syarat perlu agar *Present Value of the Profit* (PVP) per unit waktu bernilai optimal (maksimum atau minimum) jika memenuhi syarat berikut [7]:

$$\frac{\partial PVP_i(t_s, t_r, T)}{\partial t_s} = 0 \qquad \text{... (2.13)}$$

$$\frac{\partial PVP_i(t_s, t_r, T)}{\partial t_r} = 0 \qquad \text{... (2.14)}$$

dan

$$\frac{\partial PVP_i(t_s, t_r, T)}{\partial T} = 0 \qquad \text{... (2.15)}$$

Selanjutnya harus dicek syarat cukup agar didapat penyelesaian *Present Value of the Profit* optimum maksimum yaitu apabila memenuhi $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{t_s^2} < 0$, $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_r^2} < 0$, $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial T^2} < 0$, $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_s t_r} < 0$, $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_s T} < 0$, $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_r t_s} < 0$, $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_r T} < 0$, $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial T t_s} < 0$,

$$\frac{\partial^2 PVP_i(t_s, t_r, T)}{\partial T t_r} < 0, \text{untuk } i = 1,2,3 \qquad \text{... (2.16)}$$

Dengan

T : waktu pengisian persediaan atau waktu ketika tingkat persediaan di kedua gudang mencapai nol

t_r : waktu ketika tingkat persediaan di RW mencapai nol

t_s : waktu ketika tingkat kekurangan persediaan mencapai titik terendah dalam siklus pengisian kembali.

$\gamma(t)$: nilai *backlogging* yaitu fungsi turun dari waktu tunggu $t,\ \gamma(t) = e^{-\sigma t}$ dimana $\sigma \geq 0$

α : nilai tingkat *deteriorating items* di OW, $0 < \alpha < 1$

β : nilai tingkat *deteriorating items* di RW, $0 < \beta < 1$

r : nilai tingkat inflasi

c_p : biaya pembelian per unit.

c_o : biaya pemesanan persediaan setiap kali pesan

p : harga jual per unit.

c_{h1} : biaya penyimpanan per unit di OW

c_{h2} : biaya penyimpanan per unit di RW

c_s : biaya *backlogging* per unit, bila kekurangan adalah *backlogged*

c_l : biaya *opportunity* per unit, jika kekurangan adalah kehilangan penjualan

t_m : jangka waktu penundaan pembayaran

2.7 Metode Newton Raphson

Metode *Newton-Raphson* merupakan salah satu metode numerik untuk penyelesaian sistem persamaan non linear (SPNL) dengan n persamaan dan n variable. Diketahui SPNL dengan n persamaan dan n variable yang ditulis dalam bentuk sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
&f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0\\
&f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0\\
&\vdots\\
&f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0
\end{aligned}
$$

Jika nilai awal diberikan $x^{-(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots., x_n^{(0)}\right)$ maka ekspansi Deret Taylor di sekitar $x^{-(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots., x_n^{(0)}\right)$ dari fungsi-fungsi pada SPNL tersebut akan menghasilkan :

$$f_1\left(x_1^{(0)} + e_1^{(0)}, x_2^{(0)} + e_2^{(0)}, \dots., x_n^{(0)} + e_n^{(0)}\right) = f_1\left(x^{-(0)}\right)$$
$$+e_1^{(0)} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\left(x^{-(0)}\right) + e_2^{(0)} \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\left(x^{-(0)}\right) + \cdots + e_n^{(0)} \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\left(x^{-(0)}\right) = 0$$

$$f_2\left(x_1^{(0)} + e_1^{(0)}, x_2^{(0)} + e_2^{(0)}, \dots., x_n^{(0)} + e_n^{(0)}\right) = f_2\left(x^{-(0)}\right)$$
$$+e_1^{(0)} \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\left(x^{-(0)}\right) + e_2^{(0)} \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\left(x^{-(0)}\right) + \cdots + e_n^{(0)} \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\left(x^{-(0)}\right) = 0$$

$$\vdots$$

$$f_n\left(x_1^{(0)} + e_1^{(0)}, x_2^{(0)} + e_2^{(0)}, \dots., x_n^{(0)} + e_n^{(0)}\right) = f_n\left(x^{-(0)}\right)$$
$$+e_1^{(0)} \frac{\partial f_n}{\partial x_1}\left(x^{-(0)}\right) + e_2^{(0)} \frac{\partial f_n}{\partial x_2}\left(x^{-(0)}\right) + \cdots + e_n^{(0)} \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\left(x^{-(0)}\right) = 0$$

Dengan demikian penyelesaian untuk iterasi pertama adalah sebagai berikut:

$$\begin{gathered} x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + e_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + e_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_n^{(1)} = x_n^{(0)} + e_n^{(0)} \end{gathered}$$

dimana:

$$e_1^{(0)} = \frac{\begin{vmatrix} -f_1(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ -f_2(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -f_n(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{vmatrix}}, \; e_2^{(0)} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & -f_1(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & -f_2(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & -f_n(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{vmatrix}}$$

$$\dots \dots, e_n^{(0)} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & -f_1(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & -f_2(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & -f_n(\bar{x}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{vmatrix}}$$

Secara umum untuk iterasi yang ke i diperoleh:

$$\begin{gathered} x_1^{(i)} = x_1^{(i-1)} + e_1^{(i-1)} \\ x_2^{(i)} = x_2^{(i-1)} + e_2^{(i-1)} \\ \vdots \\ x_n^{(i)} = x_n^{(i-1)} + e_n^{(i-1)} \end{gathered}$$

BAB III
METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan mengenai langkah-langkah yang digunakan dalam menganalisa model persediaan dua gudang pada *deteriorating items* dengan sistem penundaan pembayaran untuk memaksimumkan *Present Value of the Profit*. Untuk mencapai tujuan yang diinginkan, maka metode penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut :

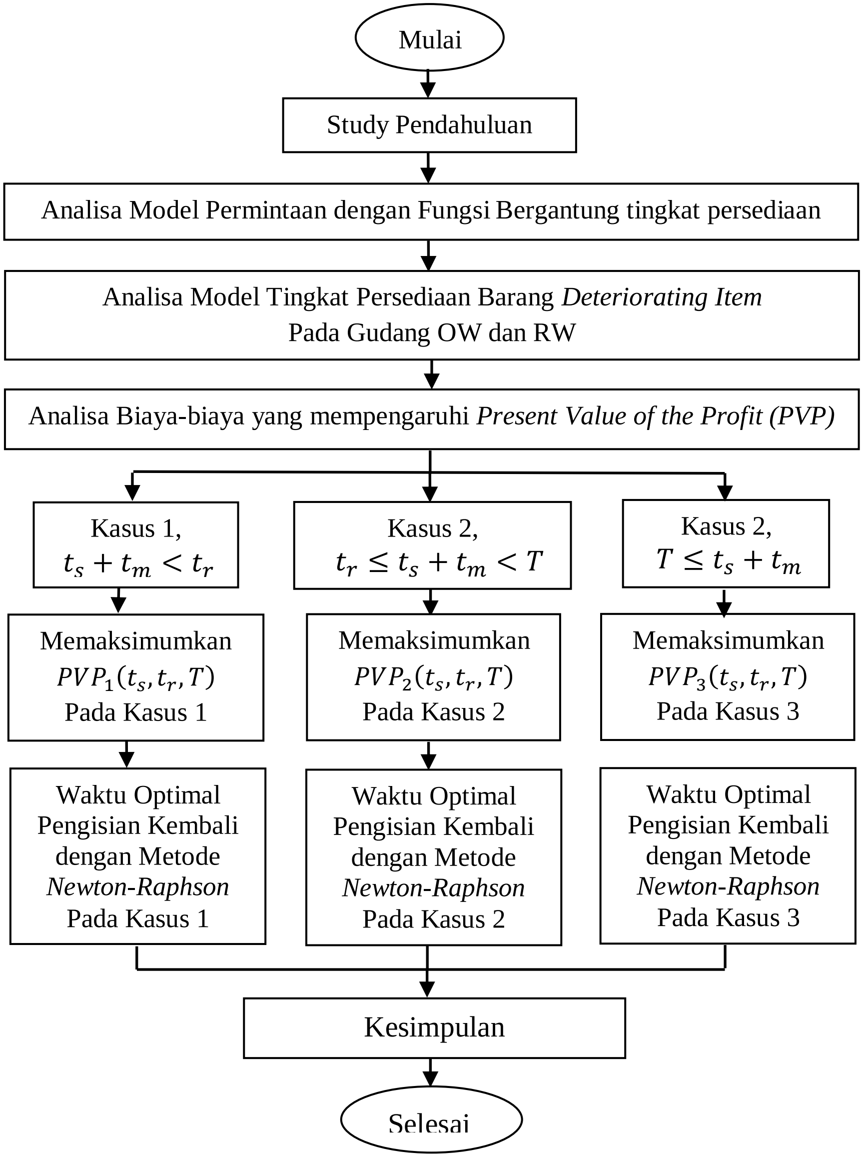
1. Studi pendahuluan
   Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dan mengumpulkan informasi yang terkait tentang model *Economic Order Quantity* (EOQ), kemudian akan dikaji faktor-faktor yang mempengaruhi model tersebut. Untuk selanjutnya, digunakan sebagai acuan dalam pembentukan model persediaan dua gudang untuk barang yang mengalami *deteriorating items* .
2. Menganalisa model permintaan
   Setelah menganalisa faktor-faktor yang mempengaruhi model *Economic Order Quantity* (EOQ), untuk selanjutnya di analisa model permintaan yang berfungsi bergantung pada tingkat persediaan.
3. Menganalisa model tingkat persediaan barang.
   Tahap selanjutnya akan dianalisa model tingkat persediaan dengan kendala *deteriorating items* untuk menentukan waktu pengisian kembali dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit* yang meliputi :
   a. Tingkat persediaan barang yang mengalami kekurangan
   b. Tingkat persediaan barang pada gudang RW yang terdapat barang yang mengalami *deteriorating items.*

c. Tingkat persediaan barang pada gudang OW yang terdapat barang yang mengalami *deteriorating items.*

4. Pembentukan *Present Value of the profit* dari biaya-biaya yang mempengaruhinya.
5. Menentukan waktu pengisian kembali yang optimal menggunakan metode *Newton-Raphson* dengan memaksimumkan *Present Value of the profit.*
6. Kesimpulan dan saran

   Setelah dilakukan pembahasan maka akan ditarik kesimpulan dan saran.

Adapun bagan alur dari langkah penelitian Tugas Akhir ini dapat dilihat pada Gambar 3.1 berikut ini:



Gambar 3.1 Diagram Alir

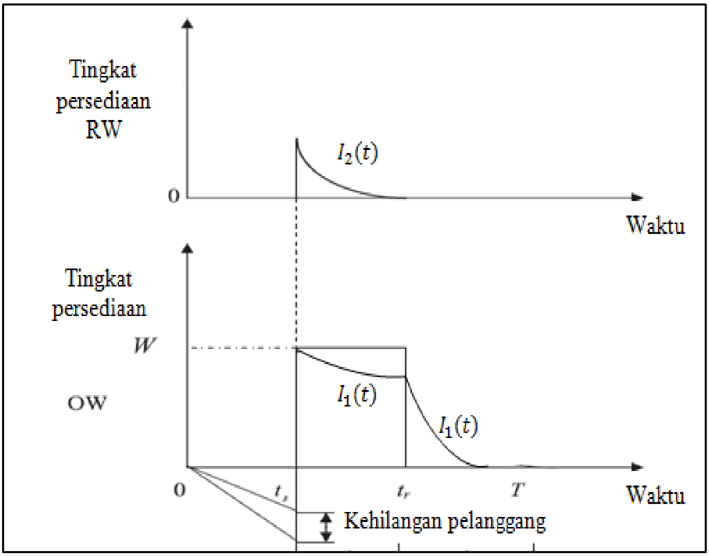
“Halaman sengaja dikosongkan”

BAB IV
PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang analisa model tingkat permintaan, analisa model tingkat persediaan, biaya-biaya persediaan, *Present Value of the Profit*, dan contoh aplikasi model.

4.1 Analisa Model Tingkat Permintaan

Tingkat permintaan pada Tugas Akhir ini merupakan tingkat permintaan bergantung pada tingkat persediaan terhadap waktu. Tingkat persediaan akan mengalami penurunan sesuai dengan tingkat permintaan di pasar yang dimodelkan pada Gambar 4.1 berikut :



Gambar 4.1 Sistem Persediaan

Dari Gambar 4.1 dapat didefinisikan bahwa tingkat persediaan pada interval waktu $0 \leq t \leq t_s$ mengalami kekurangan yaitu jumlah permintaan pasar lebih besar dari jumlah persediaan. Pada waktu t_s dilakukan pengisian di gudang OW dan RW, namun tingkat persediaan pada interval waktu $t_s \leq t \leq t_r$ di RW dan $t_r \leq t \leq T$ di OW mengalami penurunan karena adanya permintaan. Tingkat permintaan konsumen saat persediaan terjadi kekurangan atau $I(t) < 0$ di asumsikan sebesar a. Namun saat ada persediaan atau $I(t) \geq 0$, tingkat permintaan mengalami kenaikan sebesar $bI(t)$ dimana b adalah nilai dari jumlah permintaan akibat adanya persediaan dan $I(t)$ adalah tingkat persediaan terhadap waktu. Sehingga fungsi tingkat permintaan berfungsi bergantung pada tingkat persediaan terhadap waktu dapat ditabelkan pada Tabel 4.1

Tabel 4.1 Model Tingkat Permintaan

Tingkat Persediaan	**Tingkat Permintaan**	**Kondisi Batas**
$S(t)$	$D(t) = a$	$0 \leq t \leq t_s$
$I_2(t)$	$D(t) = a + bI_2(t)$	$t_s < t < t_r$
$I_1(t)$	$D(t) = \alpha + bI_1(t)$	$t_r < t < T$

dengan a, b adalah konstanta dengan interval $a > 0$ dan $0 < b < 1$

4.2 Analisa Model Tingkat Persediaan

Masalah persediaan yang disajikan dalam Tugas Akhir ini merupakan masalah persediaan untuk barang yang mengalami *deteriorating items* dalam jangka waktu tertentu *(non instantaneous)* dan terdapat kendala keterbatasan kapasitas gudang sehingga tersedia 2 gudang yaitu gudang milik sendiri

(OW) dan gudang sewa (RW). Model tingkat persediaan yang disajikan adalah sebagai berikut :

4.2.1 Tingkat Persediaan Mengalami Kekurangan

Model tingkat persediaan dimana barang mengalami kekurangan yaitu jumlah permintaan pasar lebih besar dari jumlah persediaan terdapat pada interval waktu $[0, t_s]$ dan tingkat *backlogging* (permintaan yang belum terpenuhi) di asumsikan dengan $S(t)$ dengan nilai *backlogging* yang di asumsikan dengan $\gamma(t)$. Nilai *backlogging* merupakan variabel yang bergantung pada t yaitu waktu tunggu pengisian berikutya. $\gamma(t) = e^{-\sigma t}$, dimana σ merupakan parameter dari *backlogging* dengan konstanta positif. Sehingga Tingkat *backlogging* ini akan mengalami penurunan sampai adanya pengisian berikutnya yang dimodelkan pada persamaan (2.1). Dari Gambar 4.1 terlihat bahwa tingkat persediaan $I(t) < 0$ maka tingkat permintaan yang digunakan dalam model ini adalah $D(t) = a$. Sehingga penyelesaian dari persamaan (2.1) adalah sebagai berikut :

$$\frac{dS(t)}{dt} = \gamma(t_s - t)D(t), 0 \le t \le t_s$$

$$S(t)\Big|_0^t = \int_0^t \gamma(t_s - t)D(t)\,dt$$

Diketahui $\gamma(t) = e^{-\sigma t}$ dimana $\sigma \ge 0$, sehingga untuk $\gamma(t_s - t) = e^{-\sigma(t_s - t)}$, maka

$$S(t)\Big|_0^t = \int_0^t e^{-\sigma(t_s - t)} a\,dt$$

$$S(t)\Big|_0^t = a\,e^{-\sigma t_s}\left(\frac{1}{\sigma} e^{\sigma t}\Big|_0^t\right)$$

$$S(t) - S(0) = a\, e^{-\sigma t_s}\left(\frac{1}{\sigma} e^{\sigma t} - \frac{1}{\sigma} e^{\sigma .0}\right)$$

Dari Gambar 4.1 diketahui bahwa kondisi batas untuk $S(0) = 0$, maka

$$S(t) - 0 = a\, e^{-\sigma t_s}\left(\frac{1}{\sigma} e^{\sigma t} - \frac{1}{\sigma}\right)$$

$$S(t) = \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma}(e^{\sigma t} - 1), 0 \leq t \leq t_s \qquad \text{... (4.1)}$$

4.2.2 Tingkat Persediaan Barang pada Gudang RW

Untuk tingkat persediaan barang pada gudang RW pada saat $'t'$ berada selang $[t_s, t_r]$ secara bertahap mengalami penurunan karena untuk memenuhi permintaan dan adanya barang yang mengalami *deteriorating items*. Tingkat *deteriorating items* pada gudang RW diasumsikan sebesar β dari tingkat persediaan. Dari Gambar 4.1 terlihat bahwa tingkat persediaan $I_2(t) > 0$ maka tingkat permintaan yang digunakan dalam model ini adalah berfungsi bergantung tingkat persediaan $D(t) = a + bI_2(t)$. Tingkat persediaan barang pada gudang RW terhadap waktu ini dimodelkan pada persamaan (2.2), sehingga penyelesaian dari persamaan (2.2) adalah sebagai berikut :

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = -D(t) - \beta I_2(t),\ t_s \leq t \leq t_r$$

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = -(a + bI_2(t)) - \beta I_2(t)$$

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + (b + \beta)I_2(t) = -a$$

dengan $A(t) = (b + \beta)$ dan $B(t) = -a$ didapatkan faktor integrasi,

$f = e^{\int A(t)dt} = e^{\int (b+\beta)dt} = e^{(b+\beta)t}$

Selanjutnya,

$$I_2(t).f = \int_t^{t_r} B(t).f\ dt$$

$$I_2(t)e^{(b+\beta)t}\Big|_t^{t_r} = \int_t^{t_r} -a\ e^{(b+\beta)t}\ dt$$

$$I_2(t)e^{(b+\beta)t}\Big|_t^{t_r} = -\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)t}\Big|_t^{t_r}\right)$$

$$I_2(t_r)e^{(b+\beta)t_r} - I_2(t)e^{(b+\beta)t} = -\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)t_r} - e^{(b+\beta)t}\right)$$

Dari Gambar 4.1 diketahui bahwa kondisi batas untuk $I_2(t_r) = 0$, maka

$$0.e^{(b+\beta)t_r} - I_2(t)e^{(b+\beta)t} = -\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)t_r} - e^{(b+\beta)t}\right)$$

$$I_2(t) = \frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)t_r} - e^{(b+\beta)t}\right)\frac{1}{e^{(b+\beta)t}}$$

$$I_2(t) = \frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t)} - 1\right),\ t_s \le t \le t_r \qquad \text{... (4.2)}$$

4.2.3 Tingkat Persediaan Barang pada gudang OW

Untuk tingkat persediaan barang pada gudang OW pada saat $'t'$ berada interval $[t_s, T]$ yang terdiri dari:

a. Interval $[t_s, t_r]$

Untuk tingkat persediaan barang pada gudang OW pada saat $'t'$ berada interval $[t_s, t_r]$ secara bertahap mengalami penurunan karena adanya barang yang mengalami *deteriorating items*. Tingkat *deteriorating items* pada gudang OW diasumsikan sebesar β dari tingkat persediaan. Tingkat persediaan barang di gudang OW pada interval ini terhadap waktu dimodelkan pada persamaan (2.3). Sehingga penyelesaian dari persamaan (2.3) adalah sebagai berikut :

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = -\alpha I_1(t),\ t_s \leq t \leq t_r$$
$$\frac{dI_1(t)}{dt} + \alpha I_1(t) = 0$$

dengan $A(t) = \alpha$ dan $B(t) = 0$ didapatkan faktor integrasi,
$f = e^{\int A(t)dt} = e^{\int \alpha dt} = e^{\alpha t}$
Selanjutnya,

$$I_1(t). f = \int_t^{t_r} B(t). f\ dt$$
$$I_1(t)e^{\alpha t}\Big|_{t_s}^{t} = \int_t^{t_r} -0. e^{\alpha}\ dt$$
$$I_1(t)e^{\alpha t} - I_1(t_s)e^{\alpha t_s} = 0$$

Dari Gambar 4.1 diketahui bahwa kondisi batas untuk $I_1(t_s) = w$, maka

$$I_1(t)e^{\alpha t} - we^{\alpha t_s} = 0$$
$$I_1(t)e^{\alpha t} = we^{\alpha t_s}$$
$$I_1(t) = \frac{we^{\alpha t_s}}{e^{\alpha t}}$$
$$I_1(t) = we^{\alpha(t_s - t)},\ t_s < t < t_r \qquad \text{... (4.3)}$$

b. Interval $[t_s, T]$

Untuk tingkat persediaan barang pada gudang OW pada saat $'t'$ berada selang $[t_s, T]$ secara bertahap mengalami penurunan karena untuk memenuhi permintaan dan adanya barang yang mengalami *deteriorating items*. Tingkat *deteriorating items* pada gudang OW diasumsikan sebesar β dari tingkat persediaan Dari Gambar 4.1 terlihat bahwa tingkat persediaan $I_1(t) > 0$ maka tingkat permintaan yang digunakan dalam model ini adalah berfungsi bergantung tingkat persediaan $D(t) = a + bI_1(t)$.

Tingkat persediaan barang di gudang OW pada interval ini terhadap waktu dimodelkan pada persamaan (2.4). Sehingga penyelesaian dari persamaan (2.4) adalah sebagai berikut

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = -D(t) - \alpha I_1(t), t_r \leq t \leq T$$

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = -(a + bI_1(t)) - \alpha I_1(t)$$

$$\frac{dI_1(t)}{dt} + (b + \alpha)I_1(t) = -a$$

dengan $A(t) = (b + \alpha)$ dan $B(t) = -a$ didapatkan faktor integrasi,

$f = e^{\int A(t)dt} = e^{\int (b+\alpha)dt} = e^{(b+\alpha)t}$

Selanjutnya,

$$I_1(t). f = \int_t^T B(t). f\ dt$$

$$I_1(t)e^{(b+\alpha)t} \Big|_t^T = \int_t^{t_r} -a\ e^{(b+\alpha)t}\ dt$$

$$I_1(t)e^{(b+\alpha)t} \Big|_t^T = -\frac{a}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)t} \Big|_t^T\right)$$

$$I_1(t_r)e^{(b+\alpha)T} - I_1(t)e^{(b+\alpha)t} = -\frac{a}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)T} - e^{(b+\alpha)t}\right)$$

Dari Gambar 4.1 diketahui bahwa kondisi batas untuk $I_1(T) = 0$, maka

$$0. e^{(b+\alpha)T} - I_1(t)e^{(b+\alpha)t} = -\frac{a}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)T} - e^{(b+\alpha)t}\right)$$

$$I_1(t) = \frac{a}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)T} - e^{(b+\alpha)t}\right)\frac{1}{e^{(b+\alpha)t}}$$

$$I_1(t) = \frac{a}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)(T-t)} - 1\right), t_r \leq t \leq T \qquad \text{... (4.4)}$$

4.3 Biaya-biaya Persediaan

Pada permasalahan dalam Tugas Akhir ini terdapat biaya-biaya yang akan digunakan dalam menentukan *Present Value of the Profit.* Karena ada tiga permasalahan pada Tugas Akhir ini sehingga biaya pada kasus 1 akan berbeda dengan biaya pada kasus 2 maupun kasus 3. Biaya-biaya yang akan mempengaruhi model persediaan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

4.3.1 *Ordering Cost* (Biaya Pemesanan)

Untuk setiap kali pemesanan, pasti memerlukan biaya pemesanan. Dalam Tugas Akhir ini biaya pemesanan yang ada pada kasus 1, kasus 2 dan kasus 3 adalah sama, yang di asumsikan sebagai O_C. Untuk *Present Value of the ordering cost* dimodelkan pada persamaan (2.5) dengan tingkat inflasi r pada saat waktu $t = t_s$ dan biaya pemesanan tiap satuan waktu yang diasumsikan dengan c_o.

4.3.2 *Holding Cost* (Biaya Penyimpanan)

Dalam model persediaan pasti ada biaya penyimpanan. Karena untuk menyimpan persediaan di gudang memerlukan biaya yang dibutuhkan dalam proses penyimpanan tersebut. Model persediaan dalam Tugas Akhir ini menggunakan 2 gudang penyimpanan yaitu gudang RW dan OW, dengan biaya penyimpanan yang ada pada kasus 1, kasus 2 dan kasus 3 adalah sama. Biaya penyimpanan tersebut, yaitu :

1. Biaya penyimpanan pada gudang RW

   Biaya penyimpanan pada gudang ini diperoleh dari :

   a. Konstanta biaya penyimpanan persediaan pada gudang RW tiap satuan waktu, yang diasumsikan sebagai c_{h2}.
   b. Tingkat persediaan pada gudang RW, dimana kondisi barang mengalami deteriorating, yaitu $I_2(t)$ dengan interval waktu $t_s \leq t \leq t_r$.

Present Value of the Holding Cost pada gudang RW dengan tingkat inflasi r saat waktu t dapat dimodelkan pada persamaan (2.6). Sehingga penyelesaian dari persamaan tersebut adalah :

$$H_{C2} = c_{h2} \int_{t_s}^{t_r} e^{-rt} I_2(t)\, dt \qquad \text{... (2.6)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.2) ke persamaan (2.6) diperoleh,

$$H_{C2} = c_{h2} \int_{t_s}^{t_r} e^{-rt}\ \frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t)} - 1\right) dt$$

$$H_{C2} = c_{h2} \frac{a}{b+\beta} \int_{t_s}^{t_r} \left(e^{(b+\beta)t_r} e^{-(b+\beta+r)t} - e^{-rt}\right) dt$$

$$H_{C2} = c_{h2} \frac{a}{b+\beta} \left[-\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t}\Big|_{t_s}^{t_r}\right) + \frac{1}{r}\left(e^{-rt}\Big|_{t_s}^{t_r}\right)\right]$$

$$H_{C2} = c_{h2} \frac{a}{b+\beta} \left[-\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t_r} - e^{-(b+\beta+r)t_s}\right) + \frac{1}{r}\left(e^{-rt_r} - e^{-rt_s}\right)\right]$$

$$H_{C2} = c_{h2} \frac{a}{b+\beta} \left[\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r} - e^{-rt_r}\right) + \frac{1}{r}\left(e^{-rt_r} - e^{-rt_s}\right)\right] \qquad \text{... (4.5)}$$

2. Biaya penyimpanan pada gudang OW

   Biaya penyimpanan pada gudang ini diperoleh dari :

a. Konstanta biaya penyimpanan persediaan pada gudang OW tiap satuan waktu, yang diasumsikan sebagai c_{h1}.
b. Tingkat persediaan pada gudang OW, dimana kondisi barang mengalami deteriorating, yaitu $I_1(t)$ dengan interval waktu $t_s \leq t \leq T$

Present Value of the Holding Cost pada gudang OW dengan tingkat inflasi r saat waktu t dapat dimodelkan pada persamaan (2.7). Sehingga penyelesaian dari persamaan tersebut adalah :

$$H_{C1} = c_{h1} \int_{t_s}^{T} e^{-rt} I_1(t)\, dt \qquad \text{... (2.7)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.3) dan (4.4) ke persamaan (2.7) diperoleh,

$$H_{C1} = c_{h1} \left[\int_{t_s}^{t_r} e^{-rt} w e^{\alpha(t_s - t)}\, dt \right. +$$

$$\left. \int_{t_r}^{T} e^{-rt} \frac{a}{b+\alpha} \left(e^{(b+\alpha)(T-t)} - 1 \right) dt \right]$$

$$H_{C1} = c_{h1} \left[\int_{t_s}^{t_r} w e^{\alpha t_s}\, e^{-(\alpha + r)t} dt \right. +$$

$$\left. \frac{a}{b+\alpha} \left(\int_{t_r}^{T} e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)t} dt - \int_{t_r}^{T} e^{-rt} dt \right) \right]$$

$$H_{C1} = c_{h1} \left[- \frac{w e^{\alpha t_s}}{\alpha + r} \left(e^{-(\alpha+r)t} \Big|_{t_s}^{t_r} \right) + \right.$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\left(-\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}\left(e^{-(b+\alpha+r)t}\Big|_{t_r}^{T}\right)+\frac{1}{r}\left(e^{-rt}\big|_{t_r}^{T}\right)\right)\Bigg]$$

$$H_{C1}=c_{h1}\Bigg[\frac{w}{\alpha+r}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)+$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\left(\frac{1}{b+\alpha+r}\left(e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}-e^{-rT}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r}\left(e^{-rT}-e^{-rt_r}\right)\right)\Bigg] \quad \ldots (4.6)$$

4.3.3 *Shortage cost* (biaya kekurangan)

Biaya kekurangan untuk model persediaan dalam Tugas Akhir ini terdiri dari 2 jenis biaya, yaitu :

1. Biaya kekurangan per *cycle due to backlogging*

   Biaya ini diperoleh dari :

   a. Konstanta biaya kekurangan untuk *backlogging items* tiap unit, yang diasumsikan dengan c_s.
   b. Tingkat *backlogging* yaitu $S(t)$ pada interval waktu $0 \le t \le t_s$.

   Present Value of the shortage cost per *cycle due to backlogging* dengan tingkat inflasi r pada saat waktu t dapat dimodelkan pada persamaan (2.8). Sehingga penyelesaian dari persamaan tersebut adalah :

$$S_C = c_s\int_0^{t_s} e^{-rt}S(t)\,dt \quad \ldots (2.8)$$

   Dengan subtitusi persamaan (4.1) ke persamaan (2.8) diperoleh,

$$S_C = c_s \int_0^{t_s} e^{-rt} \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma} (e^{\sigma t} - 1)\, dt$$
$$S_C = c_s \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma} \left[\int_0^{t_s} e^{(\sigma - r)t} dt - \int_0^{t_s} -e^{-rt} dt \right]$$
$$S_C = c_s \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma} \left[\frac{1}{\sigma - r} \left(e^{(\sigma - r)t} \Big|_0^{t_s} \right) + \frac{1}{r} \left(e^{-rt} \Big|_0^{t_s} \right) \right]$$
$$S_C = c_s \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma} \left[\frac{1}{\sigma - r} \left(e^{(\sigma - r)t_s} - 1 \right) + \frac{1}{r} (e^{-rt_s} - 1) \right] \qquad \text{... (4.7)}$$

2. Biaya *opportunity* per *cycle due to lost sales*
   Biaya ini diperoleh dari :
   a. Konstanta biaya kekurangan untuk *lost sales* tiap unit, yang diasumsikan dengan c_l.
   b. Tingkat permintaan, dimana kondisi tingkat persediaan mengalami kekurangan yaitu $I(t) \leq 0$ sehingga $D(t) = a$ dengan interval waktu $0 \leq t \leq t_s$.
   c. Nilai *backlogging* merupakan variable yang bergantung pada waktu tunggu *replenishment* berikutnya, $\gamma(t_s - t)$.

   Present Value of the Opportunity Cost per *cycle due to lost* dengan tingkat inflasi r saat pada waktu t dapat dimodelkan pada persamaan (2.9). Sehingga penyelesaian dari persamaan tersebut adalah :

$$L_C = c_l \int_0^{t_s} e^{-rt} [1 - \gamma(t_s - t)] D(t)\, dt \qquad \text{... (2.9)}$$

Diketahui $\gamma(t) = e^{-\sigma t}$ dimana $\sigma \geq 0$, sehingga untuk $\gamma(t_s - t) = e^{-\sigma(t_s - t)}$ disubtitusikan ke persamaan (2.9) diperoleh,

$$L_C = c_l \int_0^{t_s} e^{-rt}\left[1 - e^{-\sigma(t_s - t)}\right] a\, dt$$

$$L_C = a\, c_l \left[\int_0^{t_s} e^{-rt} dt - \int_0^{t_s} e^{-\sigma t_s} e^{(\sigma - r)t} dt\right]$$

$$L_C = a\, c_l \left[-\frac{1}{r} e^{-rt}\Big|_0^{t_s} - \frac{e^{-\sigma t_s}}{\sigma - r} e^{(\sigma - r)t}\Big|_0^{t_s}\right]$$

$$L_C = a\, c_l \left[\frac{1}{r}(1 - e^{-rt_s}) + \frac{1}{\sigma - r}(e^{-\sigma t_s} - e^{-rt_s})\right] \quad \text{... (4.8)}$$

4.3.4 *Purchasing cost* (biaya pembelian)

Untuk setiap kali pembelian, pasti memerlukan biaya pembelian. Dalam Tugas Akhir ini biaya pembelian yang ada pada kasus 1, kasus 2 dan kasus 3 adalah sama, yang di asumsikan sebagai P_C. Untuk *Present Value of the purchasing cost* dimodelkan pada persamaan (2.10) dengan tingkat inflasi r pada saat waktu $t = t_s$ dan biaya pembelian tiap satuan waktu yang diasumsikan dengan c_p , sehingga penyelesaian dari persamaan tersebut adalah :

$$P_C = c_p e^{-rt_s}[I_2(t_s) + W + S(t_s)] \quad \text{... (2.10)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.2) dan (4.1) ke persamaan (2.10), diperoleh:

$$P_C = c_p e^{-rt_s}\left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t)}-1\right)\Big|_{t=t_s} + W + \frac{a\,e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\left(e^{\sigma t}-1\right)\Big|_{t=t_s}\right]$$

$$P_C = c_p e^{-rt_s}\left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t_s)}-1\right) + W + \frac{a}{\sigma}\left(e^{-\sigma t_s}e^{\sigma t_s}-e^{-\sigma t_s}\right)\right]$$

$$P_C = c_p e^{-rt_s}\left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t_s)}-1\right) + W + \frac{a}{\sigma}\left(1-e^{-\sigma t_s}\right)\right] \quad \text{... (4.9)}$$

4.3.4 Biaya bunga pembelian persediaan

Pada permasalahan dalam Tugas Akhir ini terdapat 3 kasus sebagai berikut :

Kasus1. $(t_s + t_m < t_r)$

Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo sebelum persediaan di RW dan OW habis sehingga mengakibatkan *retailer* tidak dapat membayar sebelum atau tepat waktu jatuh tempo. Keterlambatan pembayaran ini maka *retailer* akan dikenakan bunga oleh *supplier* untuk sisa pembayaran pembelian persediaan pada interval waktu $t_s + t_m$ sampai T sebesar P_1 dengan laju bunga tahunan I_p adalah sebagai berikut :

$$P_1 = c_p I_p\left[\int_{t_s+t_m}^{t_r} e^{-rt}\left(I_2(t)+I_1(t)\right)dt + \int_{t_r}^{T} e^{-rt} I_1(t)dt\right] \quad \text{... (4.10)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.2) - (4.4) ke persamaan (4.10), diperoleh:

$$P_1 = c_p I_p \left[\int_{t_s+t_m}^{t_r} e^{-rt} \left(\frac{a}{b+\beta} \left(e^{(b+\beta)(t_r-t)} - 1 \right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. we^{\alpha(t_s-t)} \right) dt + \int_{t_r}^{T} e^{-rt} \frac{a}{b+\alpha} \left(e^{(b+\alpha)(T-t)} - 1 \right) \; dt \right]$$

$$P_1 = c_p I_p \left[\frac{a}{b+\beta} \left(\int_{t_s+t_m}^{t_r} e^{(b+\beta)t_r} e^{-(b+\beta+r)t} dt - \right.\right.$$

$$\left. \int_{t_s+t_m}^{t_r} e^{-rt} dt \right) + we^{\alpha t_s} \int_{t_s+t_m}^{t_r} e^{-(\alpha+r)t} \, dt +$$

$$\left. \frac{a}{b+\alpha} \left(\int_{t_r}^{T} e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)t} \, dt - \int_{t_r}^{T} e^{-rt} dt \right) \right]$$

$$P_1 = c_p I_p \left[\frac{a}{b+\beta} \left(- \frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r} e^{-(b+\beta+r)t} \Big|_{t_s+t_m}^{t_r} + \right.\right.$$

$$\left. \frac{1}{r} e^{-rt} \Big|_{t_s+t_m}^{t_r} \right) - \frac{we^{\alpha t_s}}{\alpha+r} e^{-(\alpha+r)t} \Big|_{t_s+t_m}^{t_r} +$$

$$\left. \frac{a}{b+\alpha} \left(- \frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t} \Big|_{t_r}^{T} + \frac{1}{r} e^{-rt} \Big|_{t_r}^{T} \right) \right]$$

$$P_1 = c_p I_p \left[\frac{a}{b+\beta} \left(\frac{1}{b+\beta+r} \left(e^{(b+\beta)t_r} e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} - \right.\right.\right.$$

$$\left. \left. e^{-rt_r} \right) + \frac{1}{r} \left(e^{-rt_r} - e^{-r(t_s+t_m)} \right) \right) +$$

$$\frac{w}{\alpha+r} \left(e^{-rt_s} e^{-(\alpha+r)t_m} - e^{\alpha t_s} e^{-(\alpha+r)t_r} \right) +$$

$$\frac{a}{b+\alpha} \left(\frac{1}{b+\alpha+r} \left(e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)t_r} - e^{-rT} \right) + \right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{r}(e^{-rT} - e^{-rt_r})\right)\right] \quad \text{... (4.11)}$$

Kasus 2. ($t_r \leq t_s + t_m < T$)
Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo setelah persediaan di RW habis namun sebelum persediaan di OW habis sehingga *retailer* akan dikenakan bunga oleh *supplier* untuk sisa pembayaran persediaan di OW pada interval $t_s + t_m$ sampai T sebesar P_2 dengan laju bunga tahunan I_p adalah sebagai berikut :

$$P_2 = c_p I_p \int_{t_s+t_m}^{T} e^{-rt} I_1(t) dt \quad \text{... (4.12)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.4) ke persamaan (4.12), diperoleh penyelesaian:

$$P_2 = c_p I_p \int_{t_s+t_m}^{T} e^{-rt} \frac{a}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)(T-t)} - 1\right) dt$$

$$P_2 = c_p I_p \frac{a}{b+\alpha}\left[\int_{t_s+t_m}^{T} e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)t} dt - \int_{t_s+t_m}^{T} e^{-rt} dt\right]$$

$$P_2 = c_p I_p \frac{a}{b+\alpha}\left[-\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t}\Big|_{t_s+t_m}^{T} + \frac{1}{r} e^{-rt}\Big|_{t_s+t_m}^{T}\right]$$

$$P_2 = c_p I_p \frac{a}{b+\alpha}\left[\frac{1}{b+\alpha+r}\left(e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} - e^{-rT}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{1}{r}\left(e^{-rT} - e^{-r(t_s+t_m)}\right)\right] \quad \text{... (4.13)}$$

Kasus 3. ($T \leq t_s + t_m$)
Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo setelah persediaan di RW dan OW habis sehingga *retailer* tidak

dikenakan bunga atas pembeliaan persediaan oleh *supplier*. Sehingga untuk bunga pembeliaan pada kasus ini yang diasumsikan P_3 adalah sebagai berikut :

$$P_3 = 0 \qquad \text{... (4.14)}$$

4.3.4 Keuntungan yang didapatkan

Pada permasalahan dalam Tugas Akhir ini diperoleh keuntungan dari hasil penjualan persediaan untuk memenuhi permintaan. Pada Tugas Akhir ini terdapat 3 kasus permasalahan dengan keuntungan yang diperoleh tidak sama, sebagai berikut :

Kasus1. $(t_s + t_m < t_r)$

Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo sebelum persediaan di RW habis. *Retailer* memperoleh keuntungan dari hasil penjualan mulai dari waktu t_s sampai $t_s + t_m$ sebesar E_1 dengan laju bunga tahunan I_e adalah sebagai berikut :

$$E_1 = pI_e \left[\int_{t_s}^{t_s+t_m} e^{-rt} D(t)(t - t_s)dt + t_m e^{-rt_s} S(t_s) \right] \qquad \text{... (4.15)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.1) dan $D(t) = a + bI_2(t)$ ke persamaan (4.15), dimana $I_2(t)$ dimodelkan dalam persamaan (4.2), diperoleh penyelesaian:

$$E_1 = pI_e \left[\int_{t_s}^{t_s+t_m} e^{-rt} \left(a + \frac{ab}{b+\beta} \left(e^{(b+\beta)(t_r - t)} - 1 \right) \right) (t - t_s)dt + t_m e^{-rt_s} \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma} (e^{\sigma t} - 1) \Bigg|_{t=t_s} \right]$$

$$E_1 = pI_e\left[\int_{t_s}^{t_s+t_m}\left(ate^{-rt} + \frac{ab}{b+\beta}\left(te^{(b+\beta)(t_r-t)}e^{-rt} -\right.\right.\right.$$

$$\left.te^{-rt}\right) - at_se^{-rt} - \frac{ab}{b+\beta}\left(t_s\, e^{(b+\beta)(t_r-t)}e^{-rt} -\right.$$

$$\left.\left.t_se^{-rt}\right)\right)dt + \frac{at_m}{\sigma}\left(\, e^{-rt_s} - \, e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big]$$

$$E_1 = pI_e\left[\int_{t_s}^{t_s+t_m} ate^{-rt}dt - \int_{t_s}^{t_s+t_m} at_se^{-rt}dt +\right.$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(\int_{t_s}^{t_s+t_m} e^{(b+\beta)t_r}te^{-(b+\beta+r)t}\, dt -\right.$$

$$\int_{t_s}^{t_s+t_m} te^{-rt}dt - \int_{t_s}^{t_s+t_m} t_se^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t} +$$

$$\left.\left.\int_{t_s}^{t_s+t_m} t_se^{-rt}dt\right) + \frac{at_m}{\sigma}\left(\, e^{-rt_s} - \, e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]$$

$$E_1 = pI_e\left[\frac{at_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{at_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{at_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} +\right.$$

$$\frac{a}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)} - \left(\frac{at_s}{r}\, e^{-rt_s} - \frac{at_s}{r}\, e^{-r(t_s+t_m)}\right)$$

$$+\frac{ab}{b+\beta}\left(\frac{e^{(b+\beta)t_r}t_s}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} -\right.$$

$$\frac{e^{(b+\beta)t_r}(t_s+t_m)}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} +$$

$$\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}$$

$$-\left(\frac{t_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{t_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{t_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} + \frac{1}{r^2}e^{-rt_s} -\right.$$

$$\frac{1}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}\Big) - \left(\frac{t_s e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} -\right.$$

$$\left.\frac{t_s e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}\right) + \left(\frac{t_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{t_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)}\right)\Big)$$

$$+\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big]$$

$$E_1 = pI_e\left[-\frac{at_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} + \frac{a}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)} + \right.$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{e^{(b+\beta)t_r}t_m}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} + \right.$$

$$\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}$$

$$\left.+\frac{t_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{1}{r^2}e^{-rt_s} + \frac{1}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}\right) +$$

$$\left.\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right] \qquad \text{... (4.16)}$$

Kasus 2. ($t_r \leq t_s + t_m < T$)

Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo setelah persediaan di RW habis namun sebelum persediaan di OW habis. *Retailer* memperoleh keuntungan dari hasil penjualan mulai dari waktu t_s sampai $t_s + t_m$ sebesar E_2 dengan laju bunga tahunan I_e adalah sebagai berikut :

$$E_2 = pI_e\left[\int_{t_s}^{t_s+t_m} e^{-rt}D(t)(t-t_s)dt + t_m e^{-rt_s}S(t_s)\right]$$

Dengan subtitusi $D(t) = a + bI_2(t)$ pada interval waktu t_s sampai t_r dan $D(t) = a + bI_1(t)$ pada interval waktu t_r sampai $t_s + M$, diperoleh:

$$E_2 = pI_e \left[\int_{t_s}^{t_r} e^{-rt}(a + bI_2(t))(t - t_s)dt + \int_{t_r}^{t_s+t_m} e^{-rt}(a + bI_1(t))(t - t_s)dt + t_m e^{-rt_s} S(t_s) \right] \quad \text{... (4.17)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.1) - (4.2), dan (4.4) ke persamaan (4.17), diperoleh :

$$E_2 = pI_e \left[\int_{t_s}^{t_r} e^{-rt} \left(a + \frac{ab}{b+\beta} \left(e^{(b+\beta)(t_r-t)} - 1 \right) \right) (t - t_s)dt + \int_{t_r}^{t_s+t_m} e^{-rt} \left(a + \frac{ab}{b+\alpha} \left(e^{(b+\alpha)(T-t)} - 1 \right) \right) (t - t_s)dt + t_m e^{-rt_s} \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma} (e^{\sigma t} - 1) \bigg|_{t=t_s} \right]$$

$$E_2 = pI_e \left[\int_{t_s}^{t_r} \left(ate^{-rt} + \frac{ab}{b+\beta} \left(te^{(b+\beta)(t_r-t)} e^{-rt} - te^{-rt} \right) - at_s e^{-rt} - \frac{ab}{b+\beta} \left(t_s\, e^{(b+\beta)(t_r-t)} e^{-rt} - t_s e^{-rt} \right) \right) dt + \int_{t_r}^{t_s+t_m} \left(ate^{-rt} + \frac{ab}{b+\alpha} \left(te^{(b+\alpha)(T-t)} e^{-rt} - te^{-rt} \right) - at_s e^{-rt} - \frac{ab}{b+\alpha} \left(t_s e^{(b+\alpha)(T-t)} e^{-rt} - t_s e^{-rt} \right) \right) dt + \right.$$

$$\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big]$$

$$E_2 = pI_e\Bigg[\int_{t_s}^{t_r} ate^{-rt}dt - \int_{t_s}^{t_r} at_s e^{-rt}dt +$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(\int_{t_s}^{t_r} e^{(b+\beta)t_r} te^{-(b+\beta+r)t}\, dt - \int_{t_s}^{t_r} te^{-rt}dt -\right.$$

$$\left.\int_{t_s}^{t_r} t_s e^{(b+\beta)t_r} e^{-(b+\beta+r)t}\, dt + \int_{t_s}^{t_r} t_s e^{-rt}dt\right) +$$

$$\int_{t_r}^{t_s+t_m} ate^{-rt}dt - \int_{t_r}^{t_s+t_m} at_s e^{-rt}dt +$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\int_{t_r}^{t_s+t_m} e^{(b+\alpha)T} te^{-(b+\alpha+r)t}\, dt - \int_{t_r}^{t_s+t_m} te^{-rt}dt -\right.$$

$$\left.\int_{t_r}^{t_s+t_m} t_s e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)t} + \int_{t_r}^{t_s+t_m} t_s e^{-rt}dt\right) +$$

$$\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg]$$

$$E_2 = pI_e\Bigg[\frac{at_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{at_r}{r}e^{-rt_r} + \frac{a}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2}e^{-rt_r} -$$

$$\left(\frac{at_s}{r}\, e^{-rt_s} - \frac{at_s}{r}\, e^{-rt_r}\right) +$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(\left(\frac{e^{(b+\beta)t_r}t_s}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{t_r}{b+\beta+r}e^{-rt_r} +\right.\right.$$

$$\left.\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{1}{(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r}\right) -$$

$$\left(\frac{t_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{t_r}{r}e^{-rt_r} + \frac{1}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{1}{r^2}e^{-rt_r}\right) -$$

$$\left(\frac{t_s e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{t_s}{b+\beta+r}e^{-rt_r}\right) +$$

$$\left(\frac{t_s}{r}e^{-rt_s}-\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right)\Bigg)+\frac{at_r}{r}e^{-rt_r}-\frac{at_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)}-$$
$$\frac{at_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+\frac{a}{r^2}e^{-rt_r}-\frac{a}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}-$$
$$\left(\frac{at_s}{r}\ e^{-rt_r}-\frac{at_s}{r}\ e^{-r(t_s+t_m)}\right)+$$
$$\frac{ab}{b+\alpha}\Bigg(\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}t_r}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\right.$$
$$\frac{e^{(b+\alpha)T}(t_s+t_m)}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)}+$$
$$\frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-$$
$$\left.\frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)}\right)-$$
$$\left(\frac{t_r}{r}e^{-rt_r}-\frac{t_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)}-\frac{t_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+\frac{1}{r^2}e^{-rt_r}-\right.$$
$$\left.\frac{1}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}\right)-\left(\frac{t_se^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\right.$$
$$\left.\frac{t_se^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_s+t_m}\right)+\left(\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}-\frac{t_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)}\right)\Bigg)$$
$$\left.+\frac{at_m}{\sigma}\left(\ e^{-rt_s}-\ e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]$$
$$E_2=pI_e\left[\frac{a}{r^2}e^{-rt_s}-\frac{a}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}-\frac{at_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+\right.$$
$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{t_r}{b+\beta+r}e^{-rt_r}+\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s}-\right.$$
$$\frac{1}{(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r}+\frac{t_r}{r}e^{-rt_r}-\frac{1}{r^2}e^{-rt_s}+\frac{1}{r^2}e^{-rt_r}+$$
$$\left.\frac{t_s}{b+\beta+r}e^{-rt_r}-\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right)+$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}t_r}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{e^{(b+\alpha)T}t_m}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} + \frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} - \frac{t_r}{r}e^{-rt_r} + \frac{t_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{1}{r^2}e^{-rt_r} + \frac{1}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{t_s e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} + \frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right) + \frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg] \quad \ldots (4.18)$$

Kasus 3. $(T \leq t_s + t_m)$

Kasus ini ketika waktu penundaan pembayaran jatuh tempo setelah persediaan di RW dan OW habis. *Retailer* memperoleh keuntungan dari hasil penjualan mulai dari waktu t_s sampai T sebesar E_3 dengan laju bunga tahunan I_e adalah sebagai berikut:

$$E_3 = pI_e\left[\int_{t_s}^{T} e^{-rt}D(t)(t-t_s)dt + \int_{T}^{t_s+t_m} e^{-rt}D(t)(T-t_s)dt + t_m e^{-rt_s}S(t_s)\right]$$

Dengan subtitusi $D(t) = a + bI_2(t)$ pada interval waktu t_s sampai t_r, $D(t) = a + bI_1(t)$ pada interval waktu t_r sampai T dan $D(t) = a$ pada interval waktu T sampai $t_s + t_m$, diperoleh penyelesaian:

$$E_3 = pI_e\left[\int_{t_s}^{t_r} e^{-rt}\big(a + bI_2(t)\big)(t-t_s)dt + \right.$$

$$\int_{t_r}^{T} e^{-rt}\left(a + bI_1(t)\right)(t - t_s)dt +$$
$$\left.\int_{T}^{t_s+t_m} e^{-rt}(a)(T - t_s)\,dt + t_m e^{-rt_s}S(t_s)\right] \qquad \text{... (4.19)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.1) - (4.2) dan (4.4) ke persamaan (4.19), diperoleh penyelesaian :

$$E_3 = pI_e\left[\int_{t_s}^{t_r} e^{-rt}\left(a + \frac{ab}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t)} - 1\right)\right)(t -\right.$$
$$t_s)dt + \int_{t_r}^{T} e^{-rt}\left(a + \frac{ab}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)(T-t)} - 1\right)\right)(t -$$
$$t_s)dt + \int_{T}^{t_s+t_m} a\, e^{-rt}(T - t_s)dt +$$
$$\left. t_m e^{-rt_s}\frac{a\,e^{-\sigma t_s}}{\sigma}(e^{\sigma t} - 1)\Big|_{t=t_s}\right]$$
$$E_3 = pI_e\left[\int_{t_s}^{t_r} ate^{-rt}dt - \int_{t_s}^{t_r} at_s e^{-rt}dt +\right.$$
$$\frac{ab}{b+\beta}\left(\int_{t_s}^{t_r} e^{(b+\beta)t_r}te^{-(b+\beta+r)t}\,dt - \int_{t_s}^{t_r} te^{-rt}dt -\right.$$
$$\left.\int_{t_s}^{t_r} t_s e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t}\,dt + \int_{t_s}^{t_r} t_s e^{-rt}dt\right) +$$
$$\int_{t_r}^{T} ate^{-rt}dt - \int_{t_r}^{T} at_s e^{-rt}dt +$$
$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\int_{t_r}^{T} e^{(b+\alpha)T}te^{-(b+\alpha+r)t}\,dt - \int_{t_r}^{T} te^{-rt}dt -\right.$$
$$\left.\int_{t_r}^{T} t_s e^{(b+\alpha)T}e^{-(b+\alpha+r)t} + \int_{t_r}^{T} t_s e^{-rt}dt\right) +$$

$$\int_{T}^{t_s+t_m} a\,Te^{-rt}dt - \int_{T}^{t_s+t_m} a\,t_s e^{-rt}dt + \frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg]$$

$$E_3 = pI_e\Bigg[\frac{at_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{at_r}{r}e^{-rt_r} + \frac{a}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2}e^{-rt_r} - \left(\frac{at_s}{r}\ e^{-rt_s} - \frac{at_s}{r}\ e^{-rt_r}\right) + \frac{ab}{b+\beta}\Bigg(\Bigg(\frac{e^{(b+\beta)t_r}t_s}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{t_r}{b+\beta+r}e^{-rt_r} + \frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{1}{(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r}\Bigg) - \left(\frac{t_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{t_r}{r}e^{-rt_r} + \frac{1}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{1}{r^2}e^{-rt_r}\right) - \left(\frac{t_s e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{t_s}{b+\beta+r}e^{-rt_r}\right) + \left(\frac{t_s}{r}e^{-rt_s} - \frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right)\Bigg) + \Bigg(\frac{at_r}{r}e^{-rt_r} - \frac{aT}{r}e^{-rT} + \frac{a}{r^2}e^{-rt_r} - \frac{a}{r^2}e^{-rT}\Bigg) - \left(\frac{at_s}{r}\ e^{-rt_r} - \frac{at_s}{r}\ e^{-rT}\right) + \frac{ab}{b+\alpha}\Bigg(\Bigg(\frac{e^{(b+\alpha)T}t_r}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{T}{b+\alpha+r}e^{-rT} + \frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{1}{(b+\alpha+r)^2}e^{-rT}\Bigg) - \left(\frac{t_r}{r}e^{-rt_r} - \frac{T}{r}e^{-rT} + \frac{1}{r^2}e^{-rt_r} - \frac{1}{r^2}e^{-rT}\right) -$$

$$\left(\frac{t_s e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{t_s}{b+\alpha+r} e^{-rT}\right) +$$
$$\left(\frac{t_s}{r} e^{-rt_r} - \frac{t_s}{r} e^{-rT}\right)\Bigg) + \left(\frac{aT}{r} e^{-rT} - \frac{aT}{r} e^{-r(t_s+t_m)}\right) -$$
$$\left(\frac{at_s}{r} e^{-rT} - \frac{at_s}{r} e^{-r(t_s+t_m)}\right) +$$
$$\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg]$$

$$E_3 = pI_e\Bigg[\frac{a}{r^2} e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2} e^{-rT} + \frac{ab}{b+\beta}\Bigg(-\frac{t_r}{b+\beta+r} e^{-rt_r} +$$
$$\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2} e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{1}{(b+\beta+r)^2} e^{-rt_r} +$$
$$\frac{t_r}{r} e^{-rt_r} - \frac{1}{r^2} e^{-rt_s} + \frac{1}{r^2} e^{-rt_r} + \frac{t_s}{b+\beta+r} e^{-rt_r} -$$
$$\frac{t_s}{r} e^{-rt_r}\Bigg) + \frac{ab}{b+\alpha}\Bigg(\frac{e^{(b+\alpha)T} t_r}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t_r} -$$
$$\frac{T}{b+\alpha+r} e^{-rT} + \frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2} e^{-(b+\alpha+r)t_r} -$$
$$\frac{1}{(b+\alpha+r)^2} e^{-rT} - \frac{t_r}{r} e^{-rt_r} + \frac{T}{r} e^{-rT} - \frac{1}{r^2} e^{-rt_r} +$$
$$\frac{1}{r^2} e^{-rT} - \frac{t_s e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t_r} + \frac{t_s}{b+\alpha+r} e^{-rT} +$$
$$\frac{t_s}{r} e^{-rt_r} - \frac{t_s}{r} e^{-rT}\Bigg) - \frac{aT}{r} e^{-r(t_s+t_m)} + \frac{at_s}{r} e^{-r(t_s+t_m)} +$$
$$\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg] \qquad \ldots(4.20)$$

4.3.5 Pendapatan *(Revenue)*

Pendapatan atau *revenue* adalah sesuatu yang diperoleh oleh perusahaan dari hasil penjualan barang atau jasa yang belum dikurangi dengan biaya-biaya operasionalnya. *Present Value of the revenue* pada Tugas Akhir ini diasumsikan dengan R yang dimodelkan dalam persamaan (2.11). penyelesaian dalam persamaan (2.11) adalah sebagai berikut :

$$R = p\left[\int_{t_s}^{T} e^{-rt} D(t)\, dt + e^{-rt_s} S(t_s)\right]$$

Dengan subtitusi $D(t) = a + bI_2(t)$ pada interval waktu t_s sampai t_r, dan $D(t) = a + bI_1 D(t) = a$ pada interval waktu T sampai $t_s + M$, diperoleh

$$R = p\left[\int_{t_s}^{T} e^{-rt} D(t)\, dt + e^{-rt_s} S(t_s)\right]$$

$$R = p\left[\int_{t_s}^{t_r} e^{-rt}\big(a + bI_2(t)\big)dt + \int_{t_r}^{T} e^{-rt}\big(a + bI_1(t)\big)dt + e^{-rt_s} S(t_s)\right] \quad \text{... (4.21)}$$

Dengan subtitusi persamaan (4.1) - (4.2), dan (4.4) ke persamaan (4.21), diperoleh penyelesaian :

$$R = p\left[\int_{t_s}^{t_r} e^{-rt}\left(a + \frac{ab}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r - t)} - 1\right)\right)dt + \int_{t_r}^{T} e^{-rt}\left(a + \frac{ab}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)(T-t)} - 1\right)\right)dt + e^{-rt_s}\frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\left(e^{\sigma t} - 1\right)\Big|_{t=t_s}\right]$$

$$R = p\left[\int_{t_s}^{t_r}\left(ae^{-rt} + \frac{ab}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t} - e^{-rt}\right)\right)dt + \right.$$

$$\int_{t_r}^{T}\left(ae^{-rt} + \frac{ab}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)T}e^{-(b+\alpha+r)t} - e^{-rt}\right)\right)dt +$$
$$\left.\frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]$$

$$R = p\left[-\frac{a}{r}e^{-rt}\Big|_{t_s}^{t_r} + \frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t}\Big|_{t_s}^{t_r} + \right.\right.$$
$$\left.\frac{1}{r}e^{-rt}\Big|_{t_s}^{t_r}\right) - \frac{a}{r}e^{-rt}\Big|_{t_r}^{T} + \frac{1}{r}e^{-rt}\Big|_{t_r}^{T}\Big) +$$
$$\left.\frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]$$

$$R = p\left[\frac{a}{r}e^{-rt_s} - \frac{a}{r}e^{-rT} + \frac{ab}{b+\beta}\left(\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \right.\right.$$
$$\left.\frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r} + \frac{1}{r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r}e^{-rt_s}\right) +$$
$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT} + \right.$$
$$\left.\left.\frac{1}{r}e^{-rT} - \frac{1}{r}e^{-rt_r}\right) + \frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right] \quad \text{... (4.22)}$$

4.4 *Present Value of the Profit*

Profit merupakan keuntungan yang diharapkan bisa didapatkan dari proses jual beli. Keuntungan adalah selisih dari hasil penjualan dengan total biaya persediaan. Karena terdapat 3 kasus dalam Tugas Akhir ini, maka hasil penjualan dan biaya-biaya yang mempengaruhi *Present Value of the Profit* pada kasus 1 berbeda dengan kasus 2 maupun pada kasus 3.

4.4.1 Kasus 1 ($\boldsymbol{t_s + t_m < t_r}$)

Pada kasus 1 terdapat *Present Value* dari hasil penjualan yang diasumsikan dengan R dan biaya-biaya persediaan yang mempengaruhi *Present Value of the Profit* diantaranya yaitu *Present Value* dari biaya pemesanan yang diasumsikan O_C, *Present Value* dari biaya penyimpanan pada gudang RW yang diasumsikan H_{C2}, *Present Value* dari biaya penyimpanan pada gudang OW yang diasumsikan H_{C1}, *Present Value* dari biaya kekurangan untuk *backlogging* yang diasumsikan S_C, *Present Value* dari biaya kekurangan untuk *lost sales* yang diasumsikan L_C, *Present Value* dari biaya pembelian diasumsikan P_C, *Present Value* dari biaya bunga pembelian persediaan yang diasumsikan P_1 dan *Present Value* dari keuntungan yang didapatkan yang diasumsikan E_1. *Present Value of the Profit* pada kasus 1 dapat ditulis sebagai berikut :

$$PVP_1(t_s, t_r, T) = \frac{[R - (O_C + H_{C2} + H_{C1} + S_C + L_C + P_C + P_1 - E_1)]}{T} \quad \ldots (4.23)$$

Subtitusi persamaan (2.5), (4.5) - (4.11) dan (4.16) ke persamaan (4.23), diperoleh:

$$PVP_1(t_s, t_r, T) = \frac{1}{T}\Bigg[p\left[\frac{a}{r}e^{-rt_s} + \frac{ab}{b+\beta}\left(\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r} + \frac{1}{r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r}e^{-rt_s}\right) - \frac{a}{r}e^{-rT} + \right.$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT}+\right.$$
$$\left.\frac{1}{r}e^{-rT}-\frac{1}{r}e^{-rt_r}\right)+\frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg]-$$
$$\Bigg(c_o e^{-rt_s}+c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\left[\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r}\right.\right.$$
$$\left.\left.-e^{-rt_r}\right)+\frac{1}{r}\left(e^{-rt_r}-e^{-rt_s}\right)\right]+$$
$$c_{h1}\left[\frac{w}{\alpha+r}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)+\right.$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\left(\frac{1}{b+\alpha+r}\left(e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}-e^{-rT}\right)+\right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rT}-e^{-rt_r}\right)\right)\right]+c_s\frac{a\,e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma-r}\left(e^{(\sigma-r)t_s}-1\right)+\right.$$
$$\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rt_s}-1\right)\right]+\ a\,c_l\left[\frac{1}{r}\left(1-e^{-rt_s}\right)+\right.$$
$$\left.\frac{1}{\sigma-r}\left(e^{-\sigma t_s}-e^{-rt_s}\right)\right]+c_p e^{-rt_s}\ \left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t_s)}-1\right)\right.$$
$$\left.+W+\frac{a}{\sigma}\left(1-e^{-\sigma t_s}\right)\right]+$$
$$c_p I_p\left[\frac{a}{b+\beta}\left(\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}-e^{-rt_r}\right)\right.\right.$$
$$\left.+\frac{1}{r}\left(e^{-rt_r}-e^{-r(t_s+t_m)}\right)\right)+\frac{w}{\alpha+r}\left(e^{-rt_s}e^{-(\alpha+r)t_m}-\right.$$
$$\left.e^{\alpha t_s}e^{-(\alpha+r)t_r}\right)+\frac{a}{b+\alpha}\left(\frac{1}{b+\alpha+r}\left(e^{(b+\alpha)T}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.e^{-rT}\right)+\frac{1}{r}\left(e^{-rT}-e^{-rt_r}\right)\right)\right]-pI_e\left[-\frac{at_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+\right.$$

$$\frac{a}{r^2}e^{-rt_s}-\frac{a}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}+$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{e^{(b+\beta)t_r}t_m}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}+\right.$$

$$\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s}-\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}$$

$$\left.+\frac{t_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)}-\frac{1}{r^2}e^{-rt_s}+\frac{1}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}\right)+$$

$$\left.\left.\left.\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]\right)\right] \qquad \text{...}(4.24)$$

Untuk mendapatkan waktu pengisian kembali barang persediaan yang optimal harus memenuhi 3 syarat pada persamaan (2.13) - persamaan (2.15).

1. $\frac{\partial PVP_1(t_s,t_r,T)}{\partial t_s}=0$

$$\frac{1}{T}\left[p\left[-ae^{-rt_s}+\frac{ab}{b+\beta}\left(-e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.e^{-rt_s}\right)+\frac{a}{\sigma}\left(-re^{-rt_s}+(\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]-\left(-c_ore^{-rt_s}+\right.$$

$$c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\left[-e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s}+e^{-rt_s}\right]+$$

$$c_{h1}\left[\frac{w}{\alpha+r}\left(-re^{-rt_s}-\alpha e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)\right]+$$

$$c_s\frac{a}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma-r}\left(-re^{-rt_s}+\sigma e^{-\sigma t_s}\right)+\right.$$

$$\left.\frac{1}{r}\left(-(\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s}+\sigma e^{-\sigma t_s}\right]+$$

$$a\,c_l\left[e^{-rt_s}+\frac{1}{\sigma-r}\left(-\sigma e^{-\sigma t_s}+re^{-rt_s}\right)\right]+$$

$$c_p\left[\frac{a}{b+\beta}\left(-(b+\beta+r)e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s}+re^{-rt_s}\right)-\right.$$

$$rWe^{-rt_s} + \frac{a}{\sigma}\left(-re^{-rt_s} + (\sigma + r)e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big] +$$

$$c_pI_p\left[\frac{a}{b+\beta}\left(-e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} + e^{-r(t_s+t_m)}\right) +\right.$$

$$\left.\frac{w}{\alpha+r}\left(-\alpha e^{\alpha t_s}e^{-(\alpha+r)t_r} - re^{-rt_s}e^{(\alpha+r)t_m}\right)\right] -$$

$$pI_e\left[at_m e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{a}{r}e^{-rt_s} + \frac{a}{r}e^{-r(t_s+t_m)} +\right.$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(t_m e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} - \frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s}\right.$$

$$+\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} - t_m e^{-r(t_s+t_m)} + \frac{1}{r}e^{-rt_s} -$$

$$\left.\left.\frac{1}{r}e^{-r(t_s+t_m)}\right) + \frac{at_m}{\sigma}\left(-re^{-rt_s} + (\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big]\Big)\right] = 0$$

... (4.25)

2. $\frac{\partial PVP_1(t_s,t_r,T)}{\partial t_r} = 0$

$$\frac{1}{T}\left[p\left[ab\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} + \frac{abr}{(b+\beta)(b+\beta+r)}e^{-rt_r} -\right.\right.$$

$$\left.\frac{ab}{b+\beta}e^{-rt_r} - \frac{abe^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha}e^{-(b+\alpha+r)t_r} + \frac{ab}{b+\alpha}e^{-rt_r}\Big)\right] -$$

$$\left(c_{h2}\left[\frac{a}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r} + \frac{ar}{(b+\beta)(b+\beta+r)}e^{-rt_r}\right.\right.$$

$$\left. - \frac{a}{b+\beta}\ e^{-rt_r}\right] + c_{h1}\left[we^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s} + \frac{a}{b+\alpha}e^{-rt_r} -\right.$$

$$\left.\frac{a}{b+\alpha}e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}\right] + c_p e^{-rt_s}\ ae^{(b+\beta)(t_r-t_s)} +$$

$$c_pI_p\left[\frac{a}{b+\beta+r}e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} +\right.$$

$$\frac{ar}{(b+\beta)(b+\beta+r)}e^{-rt_r}-\frac{a}{b+\beta}e^{-rt_r}+we^{\alpha t_s}e^{-(\alpha+r)t_r}$$
$$-\frac{a}{b+\alpha}e^{(b+\alpha)T}e^{-(b+\alpha+r)t_r}+\frac{a}{b+\alpha}e^{-rt_r}\Big]-$$
$$pI_e\Bigg[-\frac{abe^{(b+\beta)t_r}t_m}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}+$$

$$\frac{abe^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s}-$$

$$\frac{abe^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}\Bigg]\Bigg)\Bigg]=0 \qquad \text{... (4.26)}$$

3. $\frac{\partial PVP_1(t_s,t_r,T)}{\partial T}=0$

$$-\frac{1}{T^2}\Bigg[p\Bigg[\frac{a}{r}e^{-rt_s}+\frac{ab}{b+\beta}\Bigg(\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s}-$$
$$\frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r}+\frac{1}{r}e^{-rt_r}-\frac{1}{r}e^{-rt_s}\Bigg)-(Tr+1)\frac{a}{r}e^{-rT}+$$
$$\frac{ab}{b+\alpha}\Bigg(\big(1-T(b+\alpha)\big)\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-$$

$$(rT+1)\frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT}+(rT+1)\frac{1}{r}e^{-rT}-\frac{1}{r}e^{-rt_r}\Bigg)+$$
$$\frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg]-(c_o e^{-rt_s}+$$
$$c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\Bigg[\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r}-e^{-rt_r}\right)+$$
$$\frac{1}{r}\left(e^{-rt_r}-e^{-rt_s}\right)\Bigg]+c_{h1}\Bigg[\frac{w}{\alpha+r}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)+$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\Bigg(\frac{1}{b+\alpha+r}\Big(\big(-(b+\alpha)T+1\big)e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}-$$

$$(Tr+1)e^{-rT}) + \frac{1}{r}\left((Tr+1)e^{-rT} - e^{-rt_r})\right) +$$

$$c_s \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma - r}\left(e^{(\sigma-r)t_s} - 1\right) + \frac{1}{r}(e^{-rt_s} - 1)\right] +$$

$$a\, c_l\left[\frac{1}{r}(1 - e^{-rt_s}) + \frac{1}{\sigma - r}(e^{-\sigma t_s} - e^{-rt_s})\right] +$$

$$c_p e^{-rt_s}\ \left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r - t_s)} - 1\right) + W + \frac{a}{\sigma}(1 - e^{-\sigma t_s})\right] +$$

$$c_p I_p\left[\frac{a}{b+\beta}\left(\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} - e^{-rt_r}\right)\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r}\left(e^{-rt_r} - e^{-r(t_s+t_m)}\right)\right) - \frac{w}{\alpha + r}\left(e^{\alpha t_s}e^{-(\alpha+r)t_r} -\right.$$

$$\left.e^{-rt_s}e^{(\alpha+r)t_m}\right) +$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\left(\frac{1}{b+\alpha+r}\left((-(b+\alpha)T+1)e^{(b+\alpha)T}e^{-(b+\alpha+r)t_r} -\right.\right.$$

$$\left.\left.(rT+1)e^{-rT}) + \frac{1}{r}\left((rT+1)e^{-rT} - e^{-rt_r})\right)\right] -$$

$$pI_e\left[-\frac{at_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} + \frac{a}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)} +\right.$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{e^{(b+\beta)t_r}t_m}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)} +\right.$$

$$\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)(t_s+t_m)}$$

$$\left.+\frac{t_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{1}{r^2}e^{-rt_s} + \frac{1}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)}\right) +$$

$$\left.\left.\left.\frac{at_m}{\sigma}\left(\ e^{-rt_s} -\ e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]\right)\right] = 0 \qquad \ldots(4.27)$$

4.4.2 Kasus 2 ($\boldsymbol{t_r \leq t_s + t_m < T}$)

Pada kasus 2 terdapat *Present Value* dari hasil penjualan yang diasumsikan dengan R dan biaya yang mempengaruhi *Present Value of the Profit* yaitu *Present Value* dari biaya pemesanan yang diasumsikan O_C , *Present Value* dari biaya penyimpanan pada gudang RW yang diasumsikan H_{C2}, *Present Value* dari biaya penyimpanan pada gudang OW yang diasumsikan H_{C1} , *Present Value* dari biaya kekurangan untuk *backlogging* yang diasumsikan S_C , *Present Value* dari biaya kekurangan untuk *lost sales* yang diasumsikan L_C, *Present Value* dari biaya pembelian diasumsikan P_C, *Present Value* dari biaya bunga pembelian persediaan yang diasumsikan P_2, *Present Value* dari keuntungan yang didapatkan yang diasumsikan E_2. *Present Value of the Profit* pada kasus 2 dapat ditulis sebagai berikut :

$$PVP_2(t_s, t_r, T) = \frac{[R - (O_C + H_{C2} + H_{C1} + S_C + L_C + P_C + P_2 - E_2)]}{T} \quad \dots (4.28)$$

Subtitusi persamaan (2.5), (4.5) - (4.9), (4.13) dan (4.18) ke persamaan (4.28), diperoleh:

$$PVP_2(t_s, t_r, T) = \frac{1}{T}\Bigg[p\Bigg[\frac{a}{r}e^{-rt_s} + \frac{ab}{b+\beta}\left(\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r} + \frac{1}{r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r}e^{-rt_s}\right) - \frac{a}{r}e^{-rT} + \frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT} + \frac{1}{r}e^{-rT} - \frac{1}{r}e^{-rt_r}\right) + \frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Bigg] -$$

$$\Big(c_o e^{-rt_s} + c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\left[\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r}\right.\right.$$

$$\left.-e^{-rt_r}\right) + \frac{1}{r}\left(e^{-rt_r} - e^{-rt_s}\right)\Big] +$$

$$c_{h1}\left[\frac{w}{\alpha+r}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right) +\right.$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\left(\frac{1}{b+\alpha+r}\left(e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T} - e^{-rT}\right) +\right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rT} - e^{-rt_r}\right)\right)\right] + c_s\frac{a\,e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma-r}\left(e^{(\sigma-r)t_s} - 1\right) +\right.$$

$$\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rt_s} - 1\right)\right] + \; a\,c_l\left[\frac{1}{r}\left(1 - e^{-rt_s}\right) +\right.$$

$$\left.\frac{1}{\sigma-r}\left(e^{-\sigma t_s} - e^{-rt_s}\right)\right] + c_p e^{-rt_s}\;\left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t_s)} - 1\right)\right.$$

$$\left.+W + \frac{a}{\sigma}\left(1 - e^{-\sigma t_s}\right)\right] +$$

$$c_p I_p\frac{a}{b+\alpha}\left[\frac{1}{b+\alpha+r}\left(e^{(b+\alpha)T}e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} - e^{-rT}\right) +\right.$$

$$\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rT} - e^{-r(t_s+t_m)}\right)\right] - \;pI_e\left[\frac{a}{r^2}e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)} -\right.$$

$$\frac{at_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)} + \frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{t_r}{b+\beta+r}e^{-rt_r} +\right.$$

$$\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s} - \frac{1}{(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r} +$$

$$\frac{t_r}{r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r^2}e^{-rt_s} + \frac{1}{r^2}e^{-rt_r} + \frac{t_s}{b+\beta+r}e^{-rt_r} -$$

$$\left.\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right) + \frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}t_r}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} -\right.$$

$$\frac{e^{(b+\alpha)T}t_m}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} + \frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)t_r} -$$

$$\frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} - \frac{t_r}{r}e^{-rt_r} + \frac{t_m}{r}e^{-r(t_s+t_m)}$$
$$-\frac{1}{r^2}e^{-rt_r} + \frac{1}{r^2}e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{t_s e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} +$$
$$\left.\left.\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right) + \frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right] \qquad \text{... (4.29)}$$

Untuk mendapatkan waktu pengisian kembali barang persediaan yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Porfit* harus memenuhi 3 syarat pada persamaan (2.13) - persamaan (2.15).

1. $\frac{\partial PVP_2(t_s,t_r,T)}{\partial t_s} = 0$

$$\frac{1}{T}\left[p\left[-ae^{-rt_s} + \frac{ab}{b+\beta}\left(-e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s} + \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.e^{-rt_s}\right) + \frac{a}{\sigma}\left(-re^{-rt_s} + (\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right] - (-c_o re^{-rt_s} +$$
$$c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\left[-e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s} + e^{-rt_s}\right] +$$
$$c_{h1}\left[\frac{W}{\alpha+r}\left(-re^{-rt_s} - \alpha e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)\right] +$$

$$c_s\frac{a}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma-r}\left(-re^{-rt_s} + \sigma e^{-\sigma t_s}\right) + \right.$$
$$\left.\frac{1}{r}\left(-(\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s} + \sigma e^{-\sigma t_s}\right]\right. +$$
$$a\, c_l\left[e^{-rt_s} + \frac{1}{\sigma-r}\left(-\sigma e^{-\sigma t_s} + re^{-rt_s}\right)\right] +$$
$$c_p\left[\frac{a}{b+\beta}\left(-(b+\beta+r)e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s} + re^{-rt_s}\right) - \right.$$
$$\left. rWe^{-rt_s} + \frac{a}{\sigma}\left(-re^{-rt_s} + (\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right] +$$

$$c_p I_p \frac{a}{b+\alpha}\left[-e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} + e^{-r(t_s+t_m)}\right] -$$
$$pI_e \left[-\frac{a}{r} e^{-rt_s} + \frac{a}{r} e^{-r(t_s+t_m)} + at_m e^{-r(t_s+t_m)} + \right.$$
$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)} e^{-(b+\beta+r)t_s} + \frac{1}{r} e^{-rt_s} + \right.$$
$$\left.\frac{1}{b+\beta+r} e^{-rt_r} - \frac{1}{r} e^{-rt_r}\right) +$$
$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(e^{(b+\alpha)T} t_m e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} + \right.$$
$$\frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)} e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} - t_m e^{-r(t_s+t_m)} -$$
$$\frac{1}{r} e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t_r} +$$
$$\left.\left.\frac{1}{r} e^{-rt_r}\right) + \frac{at_m}{\sigma}\left(-r\, e^{-rt_s} + (\sigma+r)\, e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right] \qquad \ldots(4.30)$$

2. $\frac{\partial PVP_2(t_s,t_r,T)}{\partial t_r} = 0$

$$\frac{1}{T}\left[p\left[ab\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r} e^{-(b+\beta+r)t_s} + \frac{abr}{(b+\beta)(b+\beta+r)} e^{-rt_r} - \right.\right.$$
$$\left.\left.\frac{ab}{b+\beta} e^{-rt_r} - \frac{abe^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha} e^{-(b+\alpha+r)t_r} + \frac{ab}{b+\alpha} e^{-rt_r}\right)\right] -$$
$$\left(c_{h2}\left[\frac{a}{b+\beta+r} e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r} + \frac{ar}{(b+\beta)(b+\beta+r)} e^{-rt_r}\right.\right.$$
$$\left. - \frac{a}{b+\beta}\; e^{-rt_r}\right] + c_{h1}\left[we^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s} + \frac{a}{b+\alpha} e^{-rt_r} - \right.$$
$$\left.\frac{a}{b+\alpha} e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}\right] + c_p e^{-rt_s}\, ae^{(b+\beta)(t_r-t_s)} +$$

$$pI_e\left[-\frac{ab(1-rt_r)}{(b+\beta)(b+\beta+r)} e^{-rt_r} + \frac{abe^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2} e^{-(b+\beta+r)t_s}\right.$$

$$+\frac{abr}{(b+\beta)(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r}+\frac{ab(1-rt_r)}{b+\beta}e^{-rt_r}-$$
$$\frac{ab}{(b+\beta)r}e^{-rt_r}-\frac{abrt_s}{(b+\beta)(b+\beta+r)}e^{-rt_r}+\frac{abt_s}{b+\beta}e^{-rt_r}+$$
$$\left(\frac{(1-(b+\alpha+r)t_r)}{b+\alpha+r}\right)\frac{abe^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-$$
$$\frac{abe^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)(b+\alpha)}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\frac{ab(1-rt_r)}{(b+\alpha)r}e^{-rt_r}+$$
$$\left.\left.\left.\frac{ab}{(b+\alpha)r}e^{-rt_r}+\frac{abt_se^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\frac{abt_se^{-rt_r}}{(b+\alpha)}\right]\right)\right]$$
$$=0 \qquad \dots(4.31)$$

3. $\frac{\partial PVP_2(t_s,t_r,T)}{\partial T}=0$

$$-\frac{1}{T^2}\left[p\left[\frac{a}{r}e^{-rt_s}+\frac{ab}{b+\beta}\left(\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s}-\right.\right.\right.$$
$$\left.\frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r}+\frac{1}{r}e^{-rt_r}-\frac{1}{r}e^{-rt_s}\right)-(Tr+1)\frac{a}{r}e^{-rT}+$$
$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\big(1-T(b+\alpha)\big)\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\right.$$
$$\left.(rT+1)\frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT}+(rT+1)\frac{1}{r}e^{-rT}-\frac{1}{r}e^{-rt_r}\right)+$$
$$\left.\frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]-(c_oe^{-rt_s}+$$
$$c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\left[\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r}-e^{-rt_r}\right)+\right.$$
$$\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rt_r}-e^{-rt_s}\right)\right]+c_{h1}\left[\frac{w}{\alpha+r}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)+\right.$$
$$\frac{a}{b+\alpha}\left(\frac{1}{b+\alpha+r}\left((-(b+\alpha)T+1)e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}-\right.\right.$$

$$(Tr+1)e^{-rT}) + \frac{1}{r}\left((Tr+1)e^{-rT} - e^{-rt_r}\right)\Bigg) +$$

$$c_s \frac{a\, e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma - r}\left(e^{(\sigma-r)t_s} - 1\right) + \frac{1}{r}\left(e^{-rt_s} - 1\right)\right] +$$

$$a\, c_l \left[\frac{1}{r}\left(1 - e^{-rt_s}\right) + \frac{1}{\sigma - r}\left(e^{-\sigma t_s} - e^{-rt_s}\right)\right] +$$

$$c_p e^{-rt_s}\ \left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r - t_s)} - 1\right) + W + \frac{a}{\sigma}\left(1 - e^{-\sigma t_s}\right)\right] +$$

$$c_p I_p \frac{a}{b+\alpha}\left[\frac{(1 - T(b+\alpha))}{b+\alpha+r} e^{(b+\alpha)T} e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} -\right.$$

$$\left.\frac{(1+rT)}{b+\alpha+r} e^{-rT} + \frac{1}{r}\left((1+rT)e^{-rT} - e^{-r(t_s+t_m)}\right)\right] -$$

$$pI_e\left[\frac{a}{r^2} e^{-rt_s} - \frac{a}{r^2} e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{at_m}{r} e^{-r(t_s+t_m)} +\right.$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{t_r}{b+\beta+r} e^{-rt_r} + \frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2} e^{-(b+\beta+r)t_s} -\right.$$

$$\frac{1}{(b+\beta+r)^2} e^{-rt_r} + \frac{t_r}{r} e^{-rt_r} - \frac{1}{r^2} e^{-rt_s} + \frac{1}{r^2} e^{-rt_r} +$$

$$\left.\frac{t_s}{b+\beta+r} e^{-rt_r} - \frac{t_s}{r} e^{-rt_r}\right) +$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T} t_r(1 - T(b+\alpha))}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t_r} -\right.$$

$$\frac{e^{(b+\alpha)T} t_m(1 - T(b+\alpha))}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} +$$

$$\frac{e^{(b+\alpha)T}(1 - T(b+\alpha))}{(b+\alpha+r)^2} e^{-(b+\alpha+r)t_r} -$$

$$\frac{e^{(b+\alpha)T}(1 - T(b+\alpha))}{(b+\alpha+r)^2} e^{-(b+\alpha+r)(t_s+t_m)} -$$

$$\frac{t_r}{r} e^{-rt_r} + \frac{t_m}{r} e^{-r(t_s+t_m)} - \frac{1}{r^2} e^{-rt_r} + \frac{1}{r^2} e^{-r(t_s+t_m)} -$$

$$\frac{t_s e^{(b+\alpha)T}(1 - T(b+\alpha))}{b+\alpha+r} e^{-(b+\alpha+r)t_r} +$$
$$\left.\left.\frac{t_s}{r} e^{-rt_r}\right) + \frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right] = 0 \qquad \text{... (4.32)}$$

4.4.3 Kasus 3 ($\boldsymbol{T \leq t_s + t_m}$)

Pada kasus 1 terdapat *Present Value* dari hasil penjualan yang diasumsikan dengan R dan biaya yang mempengaruhi *Present Value of the Profit* yaitu *Present Value* dari biaya pemesanan yang diasumsikan O_C, *Present Value* dari biaya penyimpanan pada gudang RW yang diasumsikan H_{C2}, *Present Value* dari biaya penyimpanan pada gudang OW yang diasumsikan H_{C1}, *Present Value* dari biaya kekurangan untuk *backlogging* yang diasumsikan S_C, *Present Value* dari biaya kekurangan untuk *lost sales* yang diasumsikan L_C, *Present Value* dari biaya pembelian diasumsikan P_C, *Present Value* dari biaya bunga pembelian persediaan yang diasumsikan P_3, *Present Value* dari keuntungan yang didapatkan yang diasumsikan E_3. *Present Value of the Profit* pada kasus 1 dapat ditulis sebagai berikut :

$$PVP_3(t_s, t_r, T) =$$
$$\frac{[R - (O_C + H_{C2} + H_{C1} + S_C + L_C + P_C + P_3 - E_3)]}{T} \qquad \text{... (4.33)}$$

Subtitusi persamaan (2.5), (4.5) - (4.9), (4.14) dan (4.20) ke persamaan (4.33), diperoleh,

$$PVP_3(t_s, t_r, T) =$$
$$\frac{1}{T}\left[p\left[\frac{a}{r} e^{-rt_s} + \frac{ab}{b+\beta}\left(\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r} e^{-(b+\beta+r)t_s} - \right.\right.\right.$$

$$\frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r}+\frac{1}{r}e^{-rt_r}-\frac{1}{r}e^{-rt_s}\Big)-\frac{a}{r}e^{-rT}+$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT}+\right.$$

$$\left.\frac{1}{r}e^{-rT}-\frac{1}{r}e^{-rt_r}\right)+\frac{a}{\sigma}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big]-$$

$$\Big(c_o e^{-rt_s}+c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\left[\frac{1}{b+\beta+r}\left(e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r}\right.\right.$$

$$\left.\left.-e^{-rt_r}\right)+\frac{1}{r}\left(e^{-rt_r}-e^{-rt_s}\right)\right]+$$

$$c_{h1}\left[\frac{W}{\alpha+r}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)+\right.$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\left(\frac{1}{b+\alpha+r}\left(e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}-e^{-rT}\right)+\right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rT}-e^{-rt_r}\right)\right)\right]+c_s\frac{a\,e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma-r}\left(e^{(\sigma-r)t_s}-1\right)+\right.$$

$$\left.\frac{1}{r}\left(e^{-rt_s}-1\right)\right]+\ a\,c_l\left[\frac{1}{r}\left(1-e^{-rt_s}\right)+\right.$$

$$\left.\frac{1}{\sigma-r}\left(e^{-\sigma t_s}-e^{-rt_s}\right)\right]+c_p e^{-rt_s}\ \left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t_s)}-1\right)\right.$$

$$\left.+W+\frac{a}{\sigma}\left(1-e^{-\sigma t_s}\right)\right]+0-\ pI_e\left[\frac{a}{r^2}e^{-rt_s}-\frac{a}{r^2}e^{-rT}+\right.$$

$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{t_r}{b+\beta+r}e^{-rt_r}+\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s}-\right.$$

$$\frac{1}{(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r}+\frac{t_r}{r}e^{-rt_r}-\frac{1}{r^2}e^{-rt_s}+\frac{1}{r^2}e^{-rt_r}+$$

$$\left.\frac{t_s}{b+\beta+r}e^{-rt_r}-\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right)+\frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}t_r}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}\right.$$

$$-\frac{T}{b+\alpha+r}e^{-rT}+\frac{e^{(b+\alpha)T}}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-$$

$$\frac{1}{(b+\alpha+r)^2}e^{-rT}-\frac{t_r}{r}e^{-rt_r}+\frac{T}{r}e^{-rT}-\frac{1}{r^2}e^{-rt_r}+$$
$$\frac{1}{r^2}e^{-rT}-\frac{t_s e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}+\frac{t_s}{b+\alpha+r}e^{-rT}+$$
$$\left.\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}-\frac{t_s}{r}e^{-rT}\right)-\frac{aT}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+\frac{at_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+$$
$$\left.\left.\left.\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]\right)\right] \quad \text{... (4.34)}$$

Untuk mendapatkan waktu pengisian kembali barang persediaan yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Porfit* yang maksimum harus memenuhi 3 syarat pada persamaan (2.13) - persamaan (2.15).

1. $\frac{\partial PVP_3(t_s,t_r,T)}{\partial t_s}=0$

$$\frac{1}{T}\left[p\left[-ae^{-rt_s}+\frac{ab}{b+\beta}\left(-e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s}+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.e^{-rt_s}\right)+\frac{a}{\sigma}\left(-re^{-rt_s}+(\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]-\left(-c_o re^{-rt_s}+\right.$$
$$c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\left[-e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s}+e^{-rt_s}\right]+$$
$$c_{h1}\left[\frac{w}{\alpha+r}\left(-re^{-rt_s}-\alpha e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\right)\right]+$$

$$c_s\frac{a}{\sigma}\left[\frac{1}{\sigma-r}\left(-re^{-rt_s}+\sigma e^{-\sigma t_s}\right)+\right.$$
$$\left.\frac{1}{r}\left(-(\sigma+r)e^{-(\sigma+r)t_s}+\sigma e^{-\sigma t_s}\right]+$$
$$a\,c_l\left[e^{-rt_s}+\frac{1}{\sigma-r}\left(-\sigma e^{-\sigma t_s}+re^{-rt_s}\right)\right]+$$
$$c_p\left[\frac{a}{b+\beta}\left(-(b+\beta+r)e^{(b+\beta)t_r}e^{-(b+\beta+r)t_s}+re^{-rt_s}\right)-\right.$$

$$rWe^{-rt_s} + \frac{a}{\sigma}\left(-re^{-rt_s} + (\sigma + r)e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big] -$$

$$pI_e\left[-\frac{a}{r}e^{-rt_s} + \frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)}e^{-(b+\beta+r)t_s} + \right.\right.$$

$$\left.\frac{1}{r}e^{-rt_s} + \frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r}e^{-rt_r}\right) +$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(-\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} + \frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT} + \right.$$

$$\left.\frac{1}{r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r}e^{-rT}\right) + aTe^{-r(t_s+t_m)} + \frac{a(1-rt_s)}{r}e^{-r(t_s+t_m)}$$

$$\left.\left. + \frac{at_m}{\sigma}\left(-re^{-rt_s} + (\sigma + r)\, e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\right]\right)\Bigg] = 0 \qquad \ldots (4.35)$$

2. $\frac{\partial PVP_3(t_s,t_r,T)}{\partial t_r} = 0$

$$\frac{1}{T}\left[p\left[ab\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} + \frac{abr}{(b+\beta)(b+\beta+r)}e^{-rt_r} - \right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{ab}{b+\beta}e^{-rt_r} - \frac{abe^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha}e^{-(b+\alpha+r)t_r} + \frac{ab}{b+\alpha}e^{-rt_r}\right)\right] -$$

$$\left(c_{h2}\left[\frac{a}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r} + \frac{ar}{(b+\beta)(b+\beta+r)}e^{-rt_r}\right.\right.$$

$$\left. - \frac{a}{b+\beta}\; e^{-rt_r}\right] + c_{h1}\left[we^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s} + \frac{a}{b+\alpha}e^{-rt_r} - \right.$$

$$\left.\frac{a}{b+\alpha}e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T}\right] + c_p e^{-rt_s}\, ae^{(b+\beta)(t_r-t_s)} -$$

$$pI_e\left[\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{(1-rt_r)}{b+\beta+r}e^{-rt_r} + \right.\right.$$

$$\frac{(b+\beta)e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s} + \frac{r}{(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r} +$$

$$\left.\frac{(1-rt_r)}{r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r}e^{-rt_r} - \frac{t_s r}{b+\beta+r}e^{-rt_r} + t_s e^{-rt_r}\right) +$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\bigg(\frac{e^{(b+\alpha)T}(1-(b+\alpha+r)t_r)}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} -$$

$$\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - \frac{(1-rt_r)}{r}e^{-rt_r} + \frac{1}{r}e^{-rt_r} +$$

$$t_s e^{(b+\alpha)T}e^{-(b+\alpha+r)t_r} - t_s e^{-rt_r})\Big]\Big)\Big] = 0 \qquad \ldots (4.36)$$

3. $\frac{\partial PVP_3(t_s,t_r,T)}{\partial T} = 0$

$$-\frac{1}{T^2}\Big[p\Big[\frac{a}{r}e^{-rt_s} + \frac{ab}{b+\beta}\bigg(\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{b+\beta+r}e^{-(b+\beta+r)t_s} -$$

$$\frac{1}{b+\beta+r}e^{-rt_r} + \frac{1}{r}e^{-rt_r} - \frac{1}{r}e^{-rt_s}\bigg) - (Tr+1)\frac{a}{r}e^{-rT} +$$

$$\frac{ab}{b+\alpha}\Bigg(\big(1-T(b+\alpha)\big)\frac{e^{(b+\alpha)T}}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r} -$$

$$(rT+1)\frac{1}{b+\alpha+r}e^{-rT} + (rT+1)\frac{1}{r}e^{-rT} - \frac{1}{r}e^{-rt_r}\bigg) +$$

$$\frac{a}{\sigma}\big(e^{-rt_s} - e^{-(\sigma+r)t_s}\big)\Big] - (c_o e^{-rt_s} +$$

$$c_{h2}\frac{a}{b+\beta}\ \Big[\frac{1}{b+\beta+r}\big(e^{-(b+\beta+r)t_s+(b+\beta)t_r} - e^{-rt_r}\big) +$$

$$\frac{1}{r}(e^{-rt_r} - e^{-rt_s})\Big] + c_{h1}\Big[\frac{w}{\alpha+r}\big(e^{-rt_s} - e^{-(\alpha+r)t_r+\alpha t_s}\big) +$$

$$\frac{a}{b+\alpha}\bigg(\frac{1}{b+\alpha+r}\big((-(b+\alpha)T+1)e^{-(b+\alpha+r)t_r+(b+\alpha)T} -$$

$$(Tr+1)e^{-rT}) + \frac{1}{r}((Tr+1)e^{-rT} - e^{-rt_r})\bigg) +$$

$$c_s\frac{a\,e^{-\sigma t_s}}{\sigma}\Big[\frac{1}{\sigma-r}\big(e^{(\sigma-r)t_s} - 1\big) + \frac{1}{r}(e^{-rt_s} - 1)\Big] +$$

$$a\,c_l\Big[\frac{1}{r}(1 - e^{-rt_s}) + \frac{1}{\sigma-r}(e^{-\sigma t_s} - e^{-rt_s})\Big] +$$

$$c_p e^{-rt_s}\left[\frac{a}{b+\beta}\left(e^{(b+\beta)(t_r-t_s)}-1\right)+W+\frac{a}{\sigma}(1-e^{-\sigma t_s})\right]-$$
$$pI_e\left[\frac{a}{r^2}e^{-rt_s}-\frac{a(rT+1)}{r^2}e^{-rT}+\right.$$
$$\frac{ab}{b+\beta}\left(-\frac{t_r}{b+\beta+r}e^{-rt_r}+\frac{e^{(b+\beta)t_r}}{(b+\beta+r)^2}e^{-(b+\beta+r)t_s}-\right.$$
$$\frac{1}{(b+\beta+r)^2}e^{-rt_r}+\frac{t_r}{r}e^{-rt_r}-\frac{1}{r^2}e^{-rt_s}+\frac{1}{r^2}e^{-rt_r}+$$
$$\left.\frac{t_s}{b+\beta+r}e^{-rt_r}-\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}\right)+$$
$$\frac{ab}{b+\alpha}\left(\frac{e^{(b+\alpha)T}t_r(1-T(b+\alpha))}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-\right.$$
$$\frac{rT^2}{b+\alpha+r}e^{-rT}+\frac{e^{(b+\alpha)T}(1-T(b+\alpha))}{(b+\alpha+r)^2}e^{-(b+\alpha+r)t_r}-$$
$$\frac{(rT+1)}{(b+\alpha+r)^2}e^{-rT}-\frac{t_r}{r}e^{-rt_r}+\frac{rT^2}{r}e^{-rT}-\frac{1}{r^2}e^{-rt_r}+$$
$$\frac{(rT+1)}{r^2}e^{-rT}-\frac{t_s e^{(b+\alpha)T}(1-T(b+\alpha))}{b+\alpha+r}e^{-(b+\alpha+r)t_r}+$$
$$\left.\frac{t_s(rT+1)}{b+\alpha+r}e^{-rT}+\frac{t_s}{r}e^{-rt_r}-\frac{t_s(rT+1)}{r}e^{-rT}\right)+$$
$$\frac{aT^2}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+\frac{at_s}{r}e^{-r(t_s+t_m)}+$$
$$\left.\frac{at_m}{\sigma}\left(e^{-rt_s}-e^{-(\sigma+r)t_s}\right)\Big]\Big)\right]=0 \qquad \text{... (4.37)}$$

Present Value of the Profit untuk kasus 1, kasus 2 dan kasus 3 dapat dikatakan optimum maksimum apabila memenuhi $\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{t_s^2}<0, \frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_r^2}<0, \frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial T^2}<0,$

$$\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_s t_r} < 0, \frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_s T} < 0, \frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_r t_s} < 0,$$
$$\frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial t_r T} < 0, \frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial T t_s} < 0, \frac{\partial^2 PVP_i(t_s,t_r,T)}{\partial T t_r} < 0,$$

untuk $= 1,2,3$ ... (4.38)

Langkah-langkah untuk menentukan waktu pengisian kembali yang optimal dan *Present Value of the Profit* yang maksimum adalah sebagai berikut :

1. Menentukan t_s^*, t_r^* dan T^* dari persamaan (4.25) - (4.27), jika memenuhi syarat $t_s^* + t_m < t_r^*$, maka harus menyelesaian $PVP_1(t_s^*, t_r^*, T^*)$ dari persamaan (4.24).
2. Menentukan t_s^*, t_r^* dan T^* dari persamaan (4.30) - (4.32), jika memenuhi syarat $t_r^* \leq t_s^* + t_m < T^*$, maka harus menyelesaian $PVP_2(t_s^*, t_r^*, T^*)$ dari persamaan (4.29)
3. Menentukan t_s^*, t_r^* dan T^* pada persamaan (4.35) - (4.37), jika memenuhi syarat $T^* \leq t_s^* + t_m$, maka harus menyelesaian $PVP_3(t_s^*, t_r^*, T^*)$ dari persamaan (4.34)

Membandingkan $PVP_1(t_s^*, t_r^*, T^*)$ $PVP_2(t_s^*, t_r^*, T^*)$ dan $PVP_3(t_s^*, t_r^*, T^*)$ kemudian diambil nilai yang maksimum

4.5 Contoh Aplikasi Model

Dalam Tugas Akhir ini akan diberikan contoh pengaplikasian model persediaan *deteriorating item* dengan sistem penundaan pembayaran dan adanya kendala kapasitas gudang. Contohnya sebagai berikut:

Poliklinik XYZ merupakan salah satu unit pelayanan masyarakat yang bergerak dalam bidang kesehatan. Pada umumnya Poliklinik hanya dapat melayani pasien rawat jalan, oleh karena itu persediaan obat perlu diperhatikan agar obat-obatan dengan beragam jenis dan fungsi tetap tersedia setiap saat.

Data biaya persediaan obat-obatan pada Poliklinik XYZ yang diperoleh pada 1 januari 2015 sampai 31 desember 2015 adalah sebagai berikut :

1. Biaya pemesanan (c_o) sebesar Rp. 300.000 per tahun
2. Biaya pembelian (c_p) sebesar Rp. 21. 814. 511 per tahun
3. Biaya penyimpanan di *cool room* 1 (c_{h1}) sebesar Rp. 600.000 per tahun
4. Pendapatan hasil penjualan (R) sebesar Rp. 28.358.864 per tahun
5. Tingkat inflasi (r) sebesar 0.084
6. Harga jual (p) sebesar Rp. 20541 per tablet
7. nilai tingkat *deteriorating items* pada OW (α) sebesar 0.03
8. nilai tingkat *deteriorating items* pada OW (β) sebesar 0.02
9. σ sebesar 0.03
10. Jumlah permintaan (a) sebesar 800 per tahun
11. parameter permintaan terhadap tingkat persediaan (b) sebesar 0.3
12. kapasitas *cool room* 1 (W)sebesar 1200 tablet

Apabila dalam pemenuhan persediaan pihak *supplier* memperbolehkan penundaan pembayaran seperti model persediaan pada Tugas Akhir ini dengan jangka waktu penundaan pembayaran yang diijinkan adalah 1 tahun = 1. Dapatkan *Present Value of the Profit* yang maksimum dengan waktu pengisian persediaan kembali yang optimum jika menerapkan bunga pembelian (I_p) sebesar 0.1 dan bunga pendapatan (I_e) sebesar 0.08.

Dengan subtitusi biaya-biaya dan parameter untuk pengadaan persediaan obat pada Poliklinik XYZ ke model persediaan, dan diselesaikan dengan menggunakan metode *Newton-Raphson* dengan *software* Matlab diperoleh *Present Value of the Profit* yang maksimum dan waktu pengisian persediaan kembali yang optimum seperti tabel 4.2.

Tabel 4.2 Hasil Perhitungan Waktu Pengisian Kembali Yang Optimal Dan *Present Value Of The Profit*

Kasus	t_s^*	t_r^*	T^*	$PVP(t_s^*, t_r^*, T^*)$
Kasus 1 $(t_s^* + t_m < t_r^*)$	0.1736	0.4594	0.9829	3.016.499
Kasus 2 $(t_r^* \leq t_s^* + t_m < T^*)$	0.0623	0.2526	0.9718	6.567.526
Kasus 3 $(T^* \leq t_s^* + t_m)$	0.0551	0.2519	0.9582	6.650.602

Berdasarkan hasil perhitungan masing-masing kasus pada Tabel 4.2 terlihat bahwa hasil kasus 1 tidak memenuhi syarat yaitu $t_s^* + t_m < t_r^*$, hasil kasus 2 tidak memenuhi syarat yaitu $t_r^* \leq t_s^* + t_m < T^*$ dan hanya kasus 3 yang hasilnya memenuhi syarat yaitu $T^* \leq t_s^* + t_m$. Oleh karena itu, dapat diketahui bahwa *Present Value of the Profit* akan maksimum sebesar Rp. 6.650.602 jika jangka waktu penundaan pembayaran tiba saat barang dikedua gudang habis, dimana waktu habis untuk persediaan di gudang RW adalah 0.2519 tahun dan waktu habis untuk persediaan di gudang OW adalah 0.9582 tahun kemudian.

Berdasarkan analisa hasil perhitungan masing-masing kasus pada Tabel 4.2 diketahui bahwa pada kasus 3 yaitu dengan waktu penundaan pembayaran yang terpanjang daripada kasus 1 dan kasus 2 menghasilkan *Present Value of the Profit* paling besar namun waktu persediaan kedua gudang paling cepat habis. Oleh karena itu, dapat diketahui bahwa jika waktu penundaan pembayaran yang di izinkan semakin panjang maka *Present*

Value of the Profit dalam per satuan waktu yang diperoleh semakin besar, namun waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis

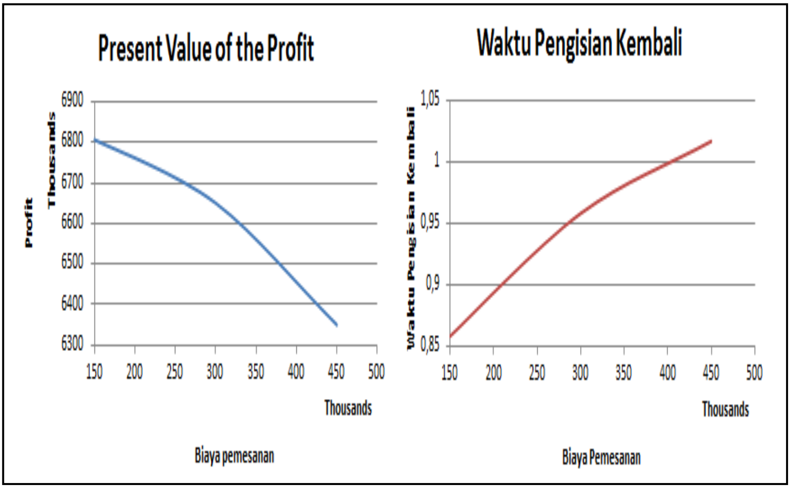
Berdasarkan contoh aplikasi model ini dapat dilakukan uji analisis sensitivitas pada solusi optimal terhadap perubahan variabel dan diperoleh hasil perhitungan untuk perubahan semua variabel seperti pada tabel 4.3.

Tabel 4.3 Analisis sensitivitas pada perubahan parameter

Parameter awal	Perubahan parameter	t_s^*	t_r^*	T^*	$PVP(t_s^*, t_r^*, T^*)$	Perubahan pada T^*(%)	Perubahan pada $PVP(t_s^*, t_r^*, T^*)$ (%)
c_o (300.000)	450.000 150.000	0.3495 0.0545	0.6867 0.2651	1.017 0.8581	6.350.206 6.807.168	5.98 -10.57	-4.32 2.56
c_p (18458)	23072.5 13843.5	0.0701 0.0781	0.1560 0.2121	0.9511 0.9698	4.312.754 11.906.944	-0.88 1.06	-35.01 79.40
p (20541)	30811.5 15405.75	0.0496 0.0575	0.3375 1.7727	0.9497 0.9795	11.624.034 1.384.465	-1.03 2.07	75.14 -79.14
c_{h1} (600000)	900000 300000	0.0382 0.0709	0.2201 0.2850	0.9452 0.9726	6.404.458 6.879.887	-1.50 1.35	-3.50 3.65
c_s (0)	100000 0	0.0354 0.0503	0.2375 0.2545	0.9445 0.9596	6.617.374 6.636.995	-1.57 0	-0.29 0
r (0.084)	0.126 0.042	0.1131 0.5249	0.0257 1.0876	0.9489 0.9708	6.517.072 6.964.673	-1.11 1.16	-1.80 4.93

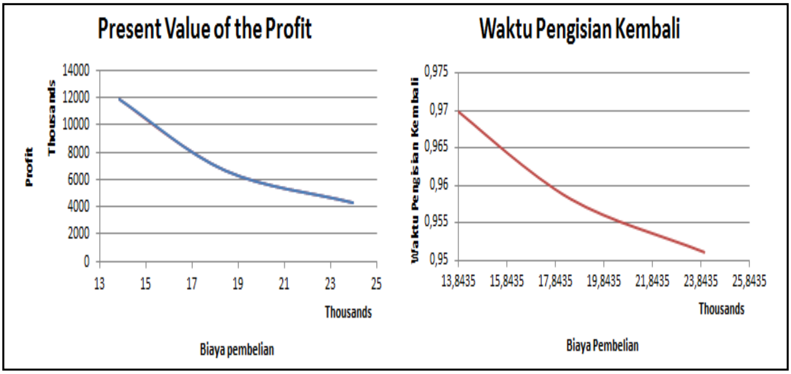
$\gamma(t)$ $(e^{-0.3t})$	$(e^{-0.15t})$ $(e^{-0.45t})$	0.1485 -0.0131	0.2489 0.2534	0.9645 0.9517	6.697.163 6.618.152	0.51 -0.82	0.90 -0.28
a (800)	1200 400	0.0182 0.1989	0.0750 0.5632	0.9475 0.9665	7.058.339 6.281.859	-1.26 0.71	6.34 -5.35

Berdasarkan Tabel 4.3 Analisis sensitivitas pada perubahan variabel dapat di gambarkan dalam bentuk grafik hubungan *Present Value of the Profit* dan Waktu pengisian kembali dengan masing-masing variabel yaitu pada Gambar 4.2 - Gambar 4.9.



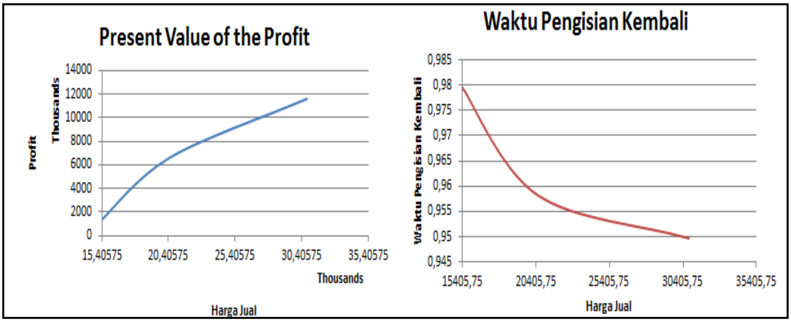
Gambar 4.2 Hubungan Biaya Pemesanan dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.2 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika biaya pemesanan semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin kecil dan waktu persediaan kedua gudang semakin lama habis.



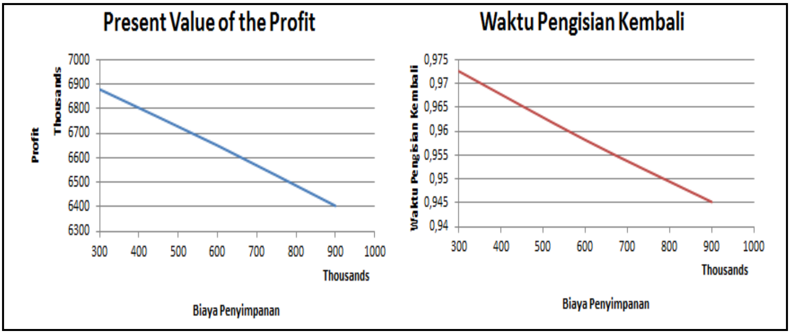
Gambar 4.3 Hubungan Biaya Pembelian dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.3 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika biaya pembelian semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin kecil dan waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis



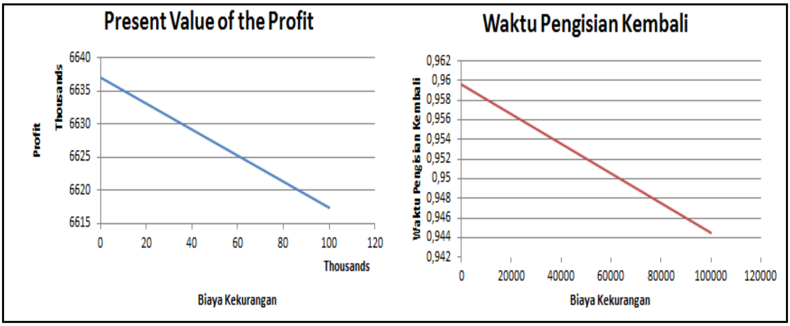
Gambar 4.4 Hubungan Harga Jual dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.4 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika harga jual semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin besar dan waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis



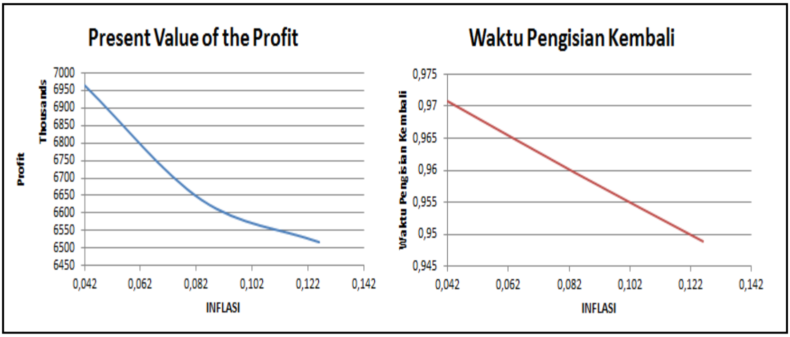
Gambar 4.5 Hubungan Biaya Penyimpanan dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.5 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika biaya penyimpanan semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin kecil dan waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis



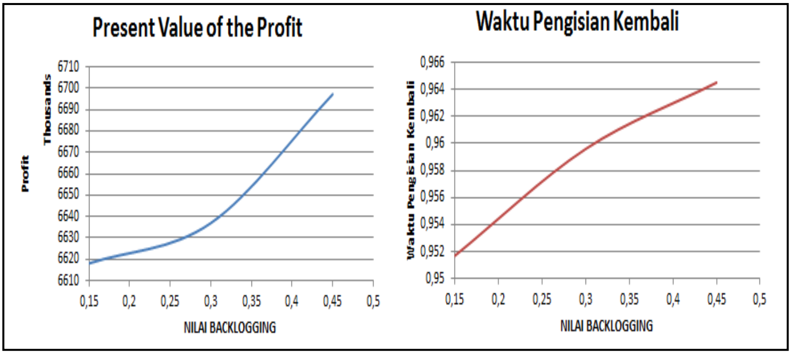
Gambar 4.6 Hubungan Biaya Kekurangan dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.6 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika biaya kekurangan semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin kecil dan waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis



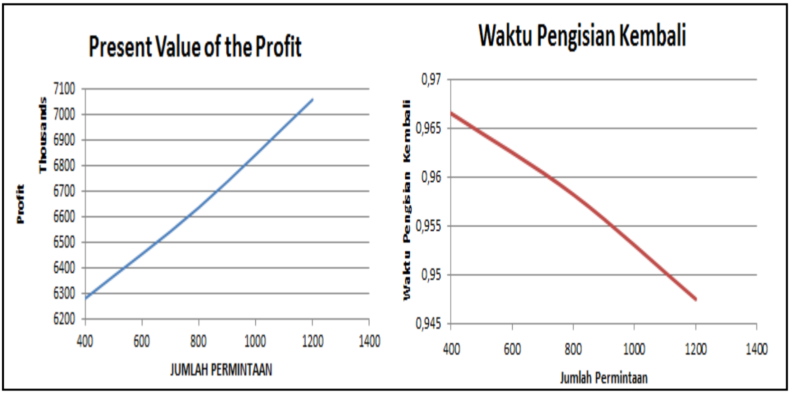
Gambar 4.7 Hubungan Inflasi dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.7 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika nilai inflasi semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin kecil dan waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis



Gambar 4.8 Hubungan Nilai *Backlogging* dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.8 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika nilai backlogging semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin besar dan waktu persediaan kedua gudang semakin lama habis



Gambar 4.9 Hubungan Jumlah Permintaan dengan *Present Value of the Profit* dan Waktu Pengisian Kembali

Pada Gambar 4.9 terlihat bahwa grafik menunjukkan jika jumlah permintaan semakin besar maka *Present Value of the Profit* semakin besar dan waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis.

"Halaman sengaja dikosongkan"

BAB V
PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan mengenai analisa model persediaan *deteriorating items* dengan sistem penundaan pembayaran dan kendala kapasitas gudang untuk mencapai panjang waktu pegisian barang kembali yang optimal dengan memaksimumkan *Present Value of the Profit* dan saran sebagai pertimbangan dalam pengembangan atau penelitian lebih lanjut.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisa yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini, simulasi numerik pada contoh aplikasi model memberikan hasil teoritis dan analisis sensitivitas pada parameter model. Beberapa wawasan yang di peroleh sebagai berikut :

1. Jika waktu penundaan pembayaran yang di izinkan semakin panjang maka *Present Value of the Profit* dalam per satuan waktu yang diperoleh semakin besar, namun waktu persediaan kedua gudang semakin cepat habis.
2. Jika salah satu dari biaya pemesanan, biaya pembelian, biaya penyimpanan, biaya kekurangan dan inflasi semakin besar maka *Present Value of the Profit* dalam per satuan waktu yang diperoleh semakin kecil.
3. Jika salah satu dari harga jual, jumlah permintaan, biaya pembelian, biaya penyimpanan, biaya kekurangan, dan inflasi semakin kecil maka waktu persediaan kedua gudang semakin lama untuk habis.

5.2 Saran

Diharapkan dari analisa model persediaan *deteriorating items* dengan sistem penundaan pembayaran dan kendala kapasitas gudang dapat diaplikasikan dan digunakan sebagai salah satu referensi dalam menentukan model persediaan. Untuk penelitian selanjutnya dapat diganti dengan tingkat permintaan yang sesuai kondisi pasar dan mengenai *deteriorating item* menggunakan laju yang tidak konstan atau bahkan bisa dengan memberikan diskon apabila tidak terjadi penundaan pembayaran.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Ristono, A. (2009). “Manajemen Persediaan”. Edisi Pertama. **Graha Ilmu**. Yogyakarta, Indonesia.

[2] Goyal, S. (1985). “Economic Order Quantity Under Conditions Permissible Delay in Paymens”. **Journal of Operation Research Society,** Hal.335-338.

[3] Wulansari, F. (2013). “Kajian Model Persediaan *Deteriorating Items* Dengan Meminimumkan Total Relavant Cost (TRC)” **Institut Teknologi Sepuluh Nopember**. Surabaya.

[4] Suryaningtyas, E. (2013). “Analisa Model Persediaan Dengan Sistem Penundaan Pembayaran”. **Institut Teknologi Sepuluh Nopember**. Surabaya.

[5] Lee, Y., Dye, C. (2012). “An Inventory Model For Deteriorating Items Under Stock-Dependent Demand And Controllable Deteriorating Rate”. **Journal Computers and Industrial Engineering,** Hal. 474-482.

[6] Liang, Y., Zhou, F. (2011). “A Two-Warehouse Inventory Model For Deteriorating Items Under Conditionally Permissible Delay In Payment Under Inflation”. **Journal Applied Mathematical Modelling,** Hal. 2221-2231.

[7] Yang, H.L., Chang, C.T (2013). “A Two-Warehouse Partial Backlogging Inventory Model For Deteriorating Items With Permissible Delay In Payment Under Inflation”. **Journal Applied Mathematical Modelling,** Hal. 2717-2726

[8] Tersine, R.J. (1994). “Principles of Inventory and Materials Management”. Fourth Edition. **Prentice-Hall, Inc**. New Jersey.

[9] Dosen-dosen Jurusan Matematika FMIPA ITS**.** (2009). “Kalkulus 1”. **Jurusan Matematika FMIPA ITS.**

[10] Dosen-dosen Jurusan Matematika FMIPA ITS**.** (2010). “Kalkulus 2”. **Jurusan Matematika FMIPA ITS.**

[11] Dosen-dosen Jurusan Matematika FMIPA ITS**.** (2009). “Persamaan Diferensial Biasa”. **Jurusan Matematika FMIPA ITS.**

[12] Soehardjo. (1985). “Analisa Numerik”. **Institut Teknologi Sepuluh Nopember.** Surabaya.

BIODATA PENULIS

Penulis memiliki nama lengkap Nina Sugiarti. Dilahirkan di Bojonegoro pada tanggal 26 Februari 1994 dan merupakan anak ketiga dari 5 bersaudara. Pendidikan formal yang telah ditempuh yaitu MI ISLAMIYAH Mayanggeneng Kalitidu, SMPN 1 Kalitidu. Setelah menyelesaikan pendidikannya di SMAN 1 Kalitidu, penulis melanjutkan pendidikan S1 di Jurusan Matematika ITS melalui jalur SNMPTN Undangan pada tahun 2012. Pada masa perkuliahan penulis memilih Matematika Terapan sebagai bidang keahliannya.

Selama menjadi mahasiswa ITS, penulis aktif mengikuti organisasi intra kampus yaitu Jamaah Masjid Manarul Ilmi sebagai *staff* Departemen Badan Pelayanan Umat (BPU) pada periode 2013-2014, Himpunan Mahasiswa Matematika sebagai *staff* Departemen Kewirausahaan (KWU) pada periode 2014-2015 dan Kajian Islam Jurusan Matematika (Ibnu Muqlah) sebagai *staff* Departemen Dana dan Usaha (DANUS) pada periode 2013-2014 dan 2014-2015.

Selama penulisan Tugas Akhir ini, penulis tidak lepas dari kekurangan. Untuk kritik, saran, dan pertanyaan mengenai Tugas Akhir ini dapat dikirimkan melalui *e-mail* ke nina.sugiarti12@mhs.matematika.its.ac.

“Halaman sengaja dikosongkan”